

Dean, Kjebekk, Fuglestad

Digital interaktiv undervisning

Den digitale utviklingen går fort. Mange hjem har flere digitale enheter som brukes daglig, bedrifter og storsamfunnet bruker digital teknologi i alle mulige sammenhenger. Skoler har i større og mindre grad tatt disse i bruk. Det digitale samfunnet har kommet for å bli. Dette krever nytenking på mange områder. På sørlandet er vi noen pedagoger i prosjektet Digital Interaktiv matematikkundervisning (DIM) som har lyst til å være med på å utvikle fremtidens digitale matematikkundervisning. Eksempelene som blir presentert her, er prøvd i klassene.

Første skoleåret (2015/16) laget vi oppgaver til seks emner tilpasset 8. trinn: brøk, prosent, geometri, statistikk, algebra og målenheter. Ulike vinklinger og tilnærminger ble valgt. Oppgavene er lagt ut på prosjektets hjemmeside www.dim2015-18.no under lenken «Undervis-

ningsopplegg». Denne artikkelen viser eksempler på geometrioppgaver som ledet elevene mot Pytagoras' læresetning.

På besøk hos bestemor

Bestemor til Martha er veldig glad i to ting: bake kake og matematikk. Hver gang Martha og venninnene hennes besøker bestemor, har hun alltid laget ei lita kake. For bestemor er det viktig at alle som besøker henne, skal få like mye kake. Men det er ikke så nøye med henne selv, bare hun får stykket i midten. Hun sier alltid: «Spar midten til bestemor!»

En dag kommer Martha, Lisbeth og Katrine til bestemor. Da har hun laget ei kake som så ut som en likesidet trekant. Den kan deles i 4 stykker. Hvert stykke har samme form og er like store. Hvert stykke er en likesidet trekant.

Evert Dean

Samfundets skole
evert.dean@samfundet.org

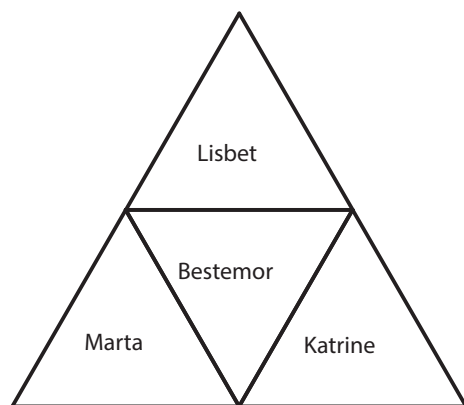
Inga Kjebekk

Ve skole
inga.kjebekk@kristiansand.kommune.no

Anne Berit Fuglestad

Universitetet i Agder
anne.b.fuglestad@uia.no

Ve skole og Samfundets skole i Kristiansand og Universitetet i Agder, samarbeider i prosjektet: *Digital interaktiv matematikkundervisning (DIM)* som gjennomføres med tre ungdomsskoleklasser over tre år (2015–18). Målet er å skape innovativ undervisning i matematikk i et digitalt preget læringsmiljø, samtidig som universitetet skal forske på vår anvendelse av digitale hjelpemidler.



Figur 2

Oppgave A

1. Lag en slik figur (figur 2) i GeoGebra og regn ut arealet til kakestykkene. Bruk kommandoen *Regulær mangekant* (Regular Polygon) når du lager trekantene.
2. Sjekk at alle stykker har like stort areal ved å trykke på *Areal* (Area).
3. Skriv ned med tekst i GeoGebra (ABC Text) hva slags trekant bestemors stykke er.

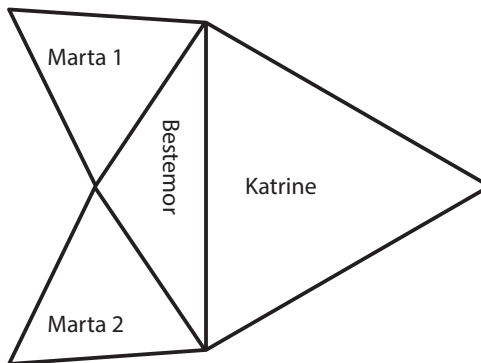
Elevene har fått en kort innføring i GeoGebra før de får denne oppgaven. De får trening i å lage regulære mangekanter på de tre sidene til trekanten i midten. De lærer også å bruke GeoGebra til å regne ut arealene av trekantene. Til slutt må de beskrive trekanten til bestemor.

Oppgaven fungerer som oppvarming til det som skal komme. Alle de tre punktene er viktige for å sikre at elevene behersker ferdigheter de trenger før de går videre. Ideen om at alle som besøker bestemor, får like mye kake (like stort areal), har betydning når arealene på en Pytagoras-trekant skal regnes ut. Da er det jo de to arealene til de regulære polygonene på kattenes sider som skal være lik arealet til hypotenusens regulære polygon.

På besøk igjen

Neste gang Martha kommer på besøk, har hun bare med seg Katrine. De er spente på hvordan bestemor har laget kaka i dag. Bestemor sier

lurt: «Jeg har laget ei rakettkake av fire trekanter, men i dag må Martha spise to stykker og Katrine ett. Da får dere like mye kake. Det er ikke så nøye med meg, bare jeg får stykket i midten.»



Figur 3

Oppgave B

1. Lag ei slik rakettkake i GeoGebra (figur 3). Bruk igjen kommandoen *Regular Polygon* på barnas kakestykker. La GeoGebra regne ut arealene.
2. Ved å endre på bestemors kakeestykke endres barnas kakestykker. Du må sørge for at Marthas to stykker er til sammen lik det ene kakestykket til Katrine!
3. Finn ut og skriv ned med tekst i GeoGebra (ABC Text) hva slags trekant bestemors stykke er når kravet er oppfylt at begge barna får like mye.

Nå er de i gang med Pytagoras! Elevene utnytter de dynamiske egenskapene til GeoGebra ved å dra i hjørnene til bestemors trekant. De leter etter en trekant i midten slik at Katrines areal blir summen av Marthas to trekanter. Når dette kravet blir oppfylt, skal de beskrive bestemors kakeestykke.

Elevene observerer, kanskje måler de vinkler, og kommer fram til at bestemors kakeestykke må være en rettvinklet trekant for at Katrine og Martha skal få like mye kake. Her møter de Pytagoras' setning i en annen variant enn den

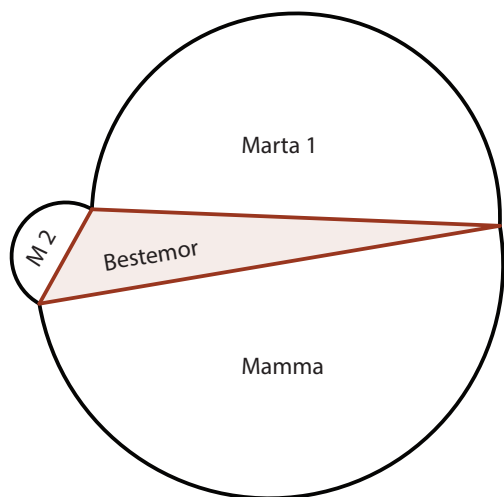
som står beskrevet i lærebøkene. Hensikten er at elevene skal eksperimentere og få undersøke sammenhengen og ikke straks kjenne igjen kvadratene på sidene og kopiere en løsning som de kanskje har sett før.

Det er også mange lærere som ikke vet at regulære trekanter på de tre sidene i en rettvin- klet trekant har disse pytagoreiske egenskapene. De fleste har bare regnet på kvadrater. Det er imidlertid nok at figurene på de tre sidene i en rett- vinklet trekant er formlike. Da vil arealet på de to katetene være lik arealet på hypotenusen. Denne kunnskapen utnyttes i neste oppgave.

Bestemor kommer på besøk til Martha!

Denne lørdagen er det mamma og Martha som skal få besøk av bestemor. Martha spør: «Kan vi ikke lage ei kake med en gøy form slik beste- mor alltid gjør?»

De bestemmer seg for at bestemor selvfølgelig skal få det midterste stykket, og det skal være en trekant. Mamma skal få én halvsirkelformet og Marthe to halvsirkelformede stykker. For å gjøre som bestemor alltid gjør, så må Mamma og Martha få like mye kake. Det betyr at area- let til mammas stykke må være lik arealene til Marthas to stykker til sammen.



Figur 4

Oppgave C

1. Lag en slik kakefigur i GeoGebra (figur 4), med halvsirkelformede stykker på sidene av trekanten. Bruk kommandoen *Halv- sirkel gjennom to punkt* (eller *Semicircle through 2 Points*) for å lage halvsirklene på trekantens sider.
2. For å kunne få GeoGebra til å regne ut arealet må du først gjøre halvsirklene om til en sirkelsektor. Dette gjør du slik: Bruk kommandoen *Sirkelsektor gjennom tre punkt* (*Circumcircular Sector*). Merk det ene hjørnet, deretter buen på halvsirkelen og til slutt det andre punktet.
3. Regn ut arealene av de tre halvsirkelfor- mede stykkene. Hvis du endrer på beste- mors kakestykke, kan du få Marthas to stykker til å bli like stort som mammas.
4. Finn ut og skriv ned hva slags form beste- mors trekantstykke har når du oppfyller kravet om at mamma og Martha skal få like mye kake.

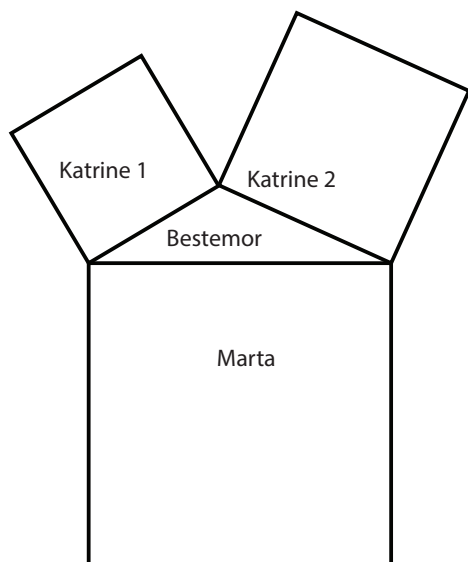
Oppgave C blir brukt som ekstraoppgave for elever som blir raskt ferdige. De får ekstra utfordring med en noe mer krevende oppgave. I prinsippet er det ikke noe nytt i denne opp- gaven. Elevene oppdager igjen at en rettvin- klet trekant på bestemors kakestykke oppstår hver gang disse tre halvsirklenes areal har en bestemt sammenheng. Til slutt samler klassen seg rundt den klassiske figuren til Pytagoras' læresetning.

En kveld like før jul

En kveld like før jul skal Martha og Katrine besøke bestemor og hjelpe henne med å pynte juletreet. Denne kvelden vil hun igjen over- raske barna med en ny idé. Hun baker som før ei kake. Som alltid vil hun selv ha midten, og det stykket skal være en trekant. Bestemor liker best slike kakestykker. Kakestykkene til barna skal være regulære mangekanter. Katrine skal få to stykker og Martha ett.

I regulære mangekanter er sidene like lange

og alle vinklene like store. Et kvadrat er et eksempel på en regulær mangekant.

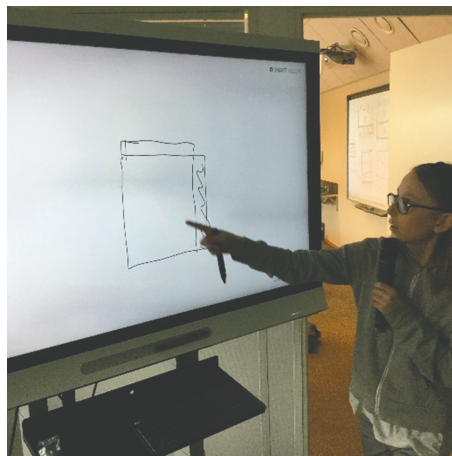


Figur 5 Trekant med kvadrater på sidene

Oppgave D

1. Lag en slik kakefigur i GeoGebra (figur 5). Kravet er at bestemors kakestykke skal være en trekant og barnas stykker skal være kvadrater.
2. Be GeoGebra regne ut arealet. Deretter endrer du på bestemors trekant slik at arealet til Katrines to stykker er lik arealet til Marthas ene kakestykke.
3. Finn ut og skriv ned med tekst i GeoGebra hva slags trekant bestemors stykke er.

I praktisk utregning av Pytagoras' læresetning er det kanskje en fordel å bruke kvadrater på de tre sidene. Det er som regel lettere å regne ut kvadratroten av et tall (for en side i trekanten) enn én av sidene i vilkårlige formlike polygoner, men det fins muligheter til det når en bruker GeoGebra. Da kan en be om både lengder og arealer av lukkede figurer ved å bruke passende menyvalg. Ved å utnytte disse menyvalgene kan elever også eksperimentere med andre figurer, for eksempel bruke regulære polygoner på sidene av trekantstykket eller se på andre sam-



Figur. 1 Elev med digital tavle

menhenger med figurene. Elevene kan få flere oppgaver der de tester slike sammenhenger når det for eksempel gjelder pentagon, heksagon, heptagon eller oktagon.

DIM-prosjektet bruker digitale enheter i de fleste matematikktimer. Elevene fikk hver sin iPad i starten av 8. klasse. Disse fungerer også sammen med klassens digitale tavler både gjennom Apple-TV og annen teknologi som knytter sammen de digitale enhetene. De siste tavlene vi har prøvd ut med KAPP-IQ-teknologi (<https://interactive.no>), gir store muligheter. En iPad kan styre eller overta den elektroniske tavla, og når timen er slutt, kan alle notatene på tavla sendes som pdf-fil til elevenes enheter og lagres i den digitale notatboka. Notatene kan lett hentes fram når elevene skal presentere arbeidet sitt og diskutere resultatene i klassen.

Det er mange som vil tenke kreativt og innovativt når det gjelder morgendagens undervisning. Det gjelder også i DIM-prosjektet der vi utforsker muligheter ved å bruke det digitale utstyret til en transformasjon av undervisningen. Vi legger mer vekt på eksperimentering og utforsking der elevene samarbeider i par eller små grupper, presenterer og diskuterer resultatene sine i klassen. Kommunikasjon ved hjelp av digitale enheter utnyttes i samarbeidet.

Den digitale læringskurven for oss lærere har vært bratt, og vi har lært mye siden starten av prosjektet. Vi ser fremover og skimter konturer av et nytt, digitalt landskap. Fordi vi er flere som jobber mot et felles mål, kan vi utnytte hverandres kompetanse.

Vi erfarer at elevene tar det nye veldig kjapt. Det er vi lærere som er tang i propellen, som vi sier her på Sørlandet, vi trenger lang tid for å sette oss inn i nye muligheter med digitale verktøy. I DIM-prosjektet oppleves det noen ganger at elevene må hjelpe læreren med det tekniske. Dette blir kanskje en del av den nye hverdagen for oss pedagoger!

Målet er at elevene skal få større innsikt i matematikk ved å bruke digitale hjelpemidler, men det er for tidlig å si om vi vil lykkes. Vi vet at engasjerte lærere ofte har en positiv betydning på læringsmiljøet i en klasse, og alene det kan gi bedre resultater. Vi prøver ut ulike tiltak i tre år og håper erfaring og forskning knyttet til prosjektet kan gi noen svar på hva som lykkes og hva som ikke er vellykket. Slik håper vi at våre utprøvinger gir inspirasjon til videre utvikling av vår undervisning, og at det får virkning for andre.