

Matematikkonferanse "Fra vanske til mestring V"

B4: Matematikkundervisning for hele ungdomsskoleklassen

Verksted torsdag 22. oktober kl 12.00-14.00:

Inga Kjebekk, Gunnar Andersen og Evert Dean

B4 Matematikkundervisning for hele ungdomsskoleklassen



- **Inga Kjebekk**, lærer på ungdomstrinnet på Ve skole i Kristiansand. Utdannet allmennlærer.



- **Gunnar Andersen**, lærer på ungdomstrinnet på Samfundets skole i Kristiansand. Utdannet faglærer i matematikk



- **Evert Dean**, lærer på ungdomstrinnet på Samfundets skole i Kristiansand. Utdannet allmennlærer.



Agenda for dagens verksted 22. oktober

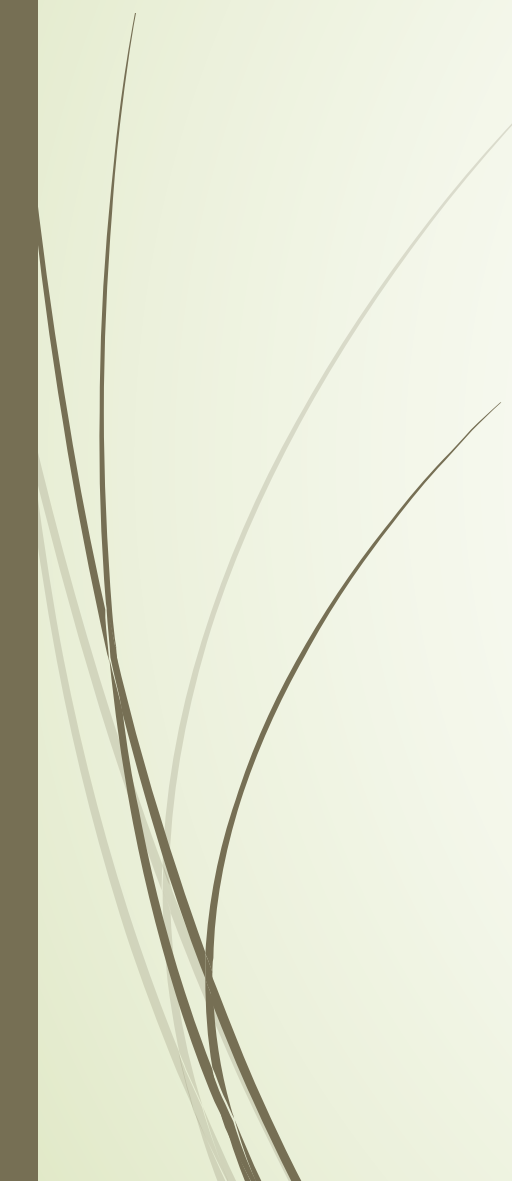
- 1. Forelesning:** Informasjon om DIM-prosjektet
- 2. Individuell hjelp:** Sjekk og pålogging på Google
- 3. Forelesning:** Eksempler fra elevoppgaver i DIM-prosjektet

- 4. Gruppe/individuell:** Verksteddeltakere prøver ut oppgave
- 5. Plenums samtale:** *Gir digitale hjelpemidler større muligheter for et lærende fellesskap for hele klassen?*



Fokus i dag

*Gir digitale hjelpemidler større
muligheter for et lærende felleskap
for hele klassen?*





Del 1: DIM-prosjekt 2015-2018

- **UiA:** To forskere
- **Ve skole:** rektor, 3 lærere og to 8. klasser
- **Samfundets skole:** rektor, tre lærere og én 8. klasse

- **Bevilgning:** Regionalt Forskningsfond Agder: 3 mill.
- **Observasjonsstatus:** 2 ansatte her på Statsped
- Under planlegging: Masterstudenter deltar i forskningen
- Søknad om deltakelse i Microsoft sitt MiEE-program
 - (internasjonalt nettverk for kompetansedeling)



DIM-prosjekt

- **DIM: Digital Interaktiv Matematikkundervisning**
Innovasjon og forskning på matematikk i et digitalt læringsmiljø i ungdomsskolen
- Innovasjon, nytenking
- Pedagogisk anvendelse av nyere digitale hjelpemidler
- Mål for disse elevene
 - Større digital kompetanse,
 - Større læringsutbytte i matematikk
- Mål for skolene
 - Nye muligheter innen matematikkdiraktikk



DIM-prosjekt

- **Teknologi:** iPad, digitalt klasserom, video, fildeling/skyløsninger, dynamisk programvare, interaktive tavler og programmer
- **Pedagogiske muligheter:** realistiske dagligdagse kontekster, gruppearbeid, digitale læremidler, omvendt undervisning, inquiry-inspirert undervisning, tverrfaglig,
- **Kommunikasjon og samarbeid:** elev-elev, elev-lærer, lærer-lærer, sosiale media, "voting systems, clickers"



Sentrale pedagogiske ideer

- Sosiokulturelt læringssyn, samhandling, miljøet, pedagogisk differensiering
- Vekt på utforskning, undersøkelse, aktive elever, inquiry, modellering, problemorientert matematikkundervisning, simulering, fleksibilitet, motivasjon...
- Elevene skal forstå, ikke bare lære metoder og regler
- Bryte tradisjonen med mange oppgaver for å trene
- Vekt på kreativitet, problemløsning, nytenking
- Utvikle nye metoder



SAMR-modellen



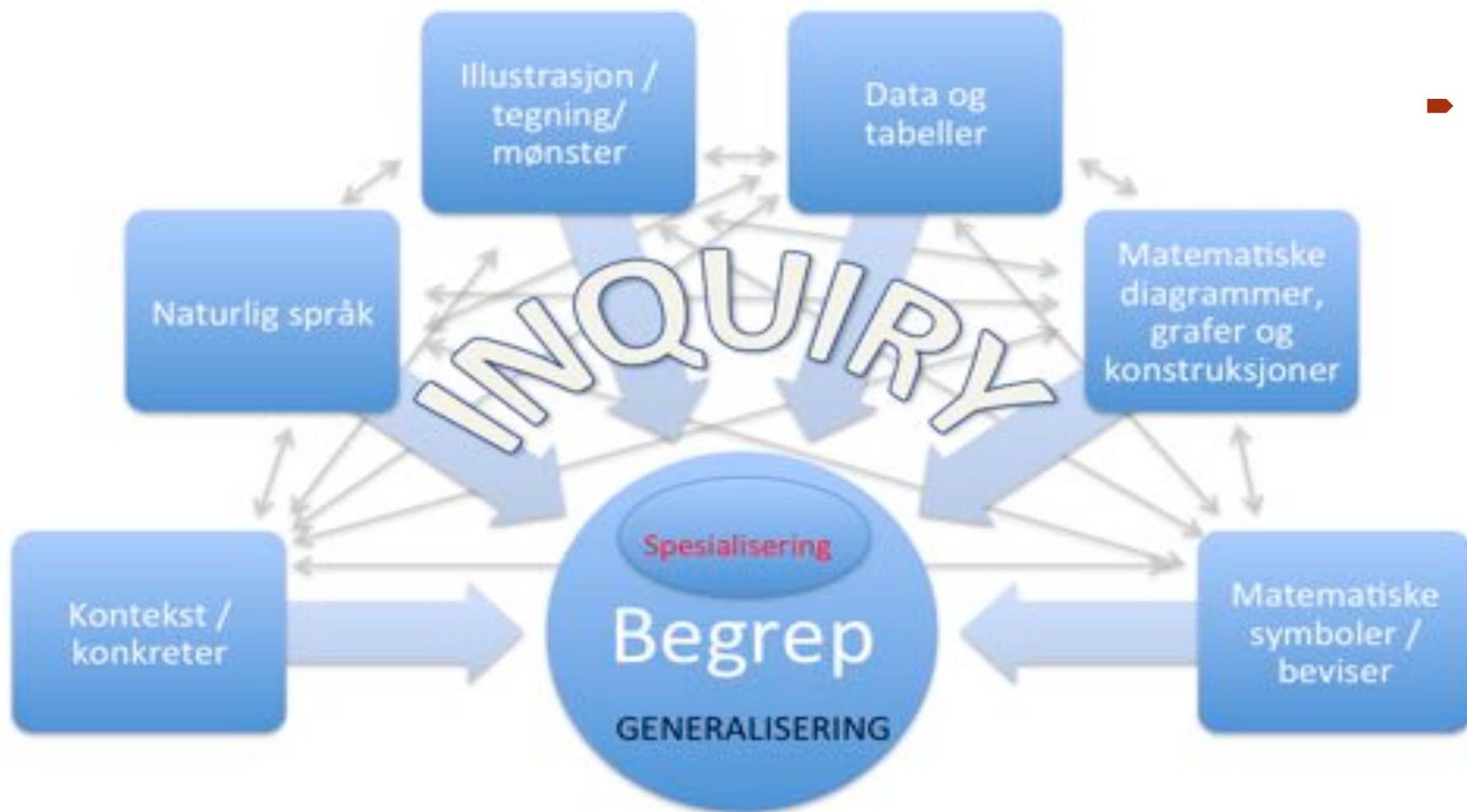
Substitution: Teknologien er en erstatning for gammel-metoden.

Augmentation: Teknologien er en hjelp i læringen - teknologien gjør noe bedre enn det man fikk til uten den.

Modification: Undervisningsoppdraget utvikles. Teknologien gir noen ekstra muligheter i læringen, f eks samhandlingsarena

Redefinition: begynner man å arbeide på måter og med innhold som ikke var mulig uten teknologien. Den er ikke lenger en forbedring av tidligere arbeidsmåter og innhold, men teknologiens nye muligheter tas i bruk.

Epistemologisk modell for meningsfylt undervisning i matematikk (Dean, 2005)



Denne epistemologiske modellen bygger på;

- Steinbrings epistemologiske trekant (2006, s 135)
- Mason et al.'s drøftinger av spesialisering /generalisering (2011)
- Bergs syntaktiske og semantiske aspekt (2013)
- Inquiry omtalt av Jaworski et al., (2007 s. 15) og Fuglestad¹
- Janviers translasjonsprosesser (1987)



Forskningsspørsmål

- Hvordan kan ulike digitale hjelpemidler utnyttes for å bygge et læringsmiljø som stimulerer til undersøkelser og utforsking, og skaper engasjement og motivasjon for læring i matematikk?
- Hvordan utnytter elevene digital kommunikasjon med medelever og lærere, eller Internettkilder i utforsking og problemløsning i matematikk?
- Hvordan kan digitale enheter (som video, simuleringer, interaktive program) kombineres for å knytte sammen med realistiske situasjoner fra dagliglivet for å studere matematiske problemstillinger og anvendes i problemløsning og modellering?



.....forskningsspørsmål

- Hvordan kan simuleringer, animasjoner og interaktivitet stimulere matematisk forståelse?
- Hva er elevenes meninger og oppfatninger av de ulike digitale hjelpemidlene og arbeidet med disse i matematikkfaget? Under dette spørsmålet er flere delspørsmål aktuelle: motivasjon, oppfatninger av egen læring og forståelse av matematikk, nytteverdi i oppgaveløsning og lignende.
- Hvordan kan kvalitative resultater fra år til år bidra til innsikt i læringspotensialet ved kombinasjoner av digitale hjelpemidler?



Fokus i dag:

Gir digitale hjelpemidler større muligheter for et lærende felleskap for hele klassen?

DIM-prosjekt: www.dim2015-18.no





Mandat

Ansatte

Kontaktinformasjon

Hvem svarer på hva?

Kurs og veiledning

Ressurspersoner

Aktuelt

▢ Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk

Matematikk i media

Blogg

Andre Nasjonale senter

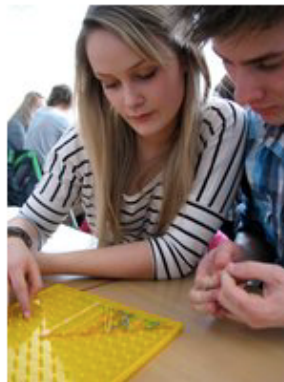
Andre matematikkmiljø

Samarbeidspartnere

Novemberkonferansen

Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk

30.04.2015



Matematikksenteret har skrevet en rapport som setter fokus på forskning om god læring og undervisning i matematikk ved å gi en sammenfattet og lett tilgjengelig - men samtidig faglig robust - oversikt over sentrale ideer innen dette forskningsfeltet. Vi vil referere til både norsk og internasjonal litteratur, men vil hele tiden å beholde den norske konteksten som bakgrunn for det som blir presentert.

[Lenke til rapporten](#) 



Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk (Nostri & Wæge, 2015)

- Undersøkende matematikkundervisning
- Instrumentell forståelse (tradisjonell undervisning) og relasjonell forståelse (undersøkende fremgangsmåte)
- Meta-kognisjon
- Motivasjon
- Tilpasset opplæring



Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk (Nostri & Wæge, 2015)

- ▶ Ved å la elevene arbeide med mer åpne, kognitivt krevende og undersøkende aktiviteter i matematikk, kan elever få mulighet til å lære på det nivået som passer dem, uten å måtte separeres fra sine klassekamerater. ...Målet er differensiert undervisning i heterogene klasser, der det er mulig for elever å utforske forskjellige aspekter av samme tema
- ▶ Men selv om utfordringene er mange, og høye krav må stilles til en lærer som skal lykkes i å differensiere i en heterogen klasse, så tilsier forskning at dette er den mest fordelaktige praksisen for alle elevgrupper.

Meningsfylte matematikkoppgaver? (Dean, 2015)

- ▶ Rapporten *Matematikk i norsk skole anno 2014* (Utdanningsdirektoratet, 2014) drøfter i avsnitt 8.2: *Alternativer til forsering i faget* (s. 94)... De nevner at Wai Yi Feng i *Conceptions of enrichment* (2005) drøfter ulike sider ved "enrichment" i matematikkundervisningen der både høyt og lavt presterende elever får passende utfordringer. Dette er enhetsskolens ideal om tilpasser opplæring for alle ved pedagogisk differensiering. Men dette krever ikke bare høy matematikkompetanse hos læreren, men også *høy matematikkdiraktisk kompetanse*. De skriver at Elevundersøkelsen² viser at for mange elever er ikke opplæringen tilpasset slik. Det er interessant å legge merke til at de også peker på at *rike oppgaver* kan være til hjelp i denne sammenheng.



Faser i arbeid med inquiry-inspirerte oppgaver for hele klassen



Presentasjon av
oppgaven

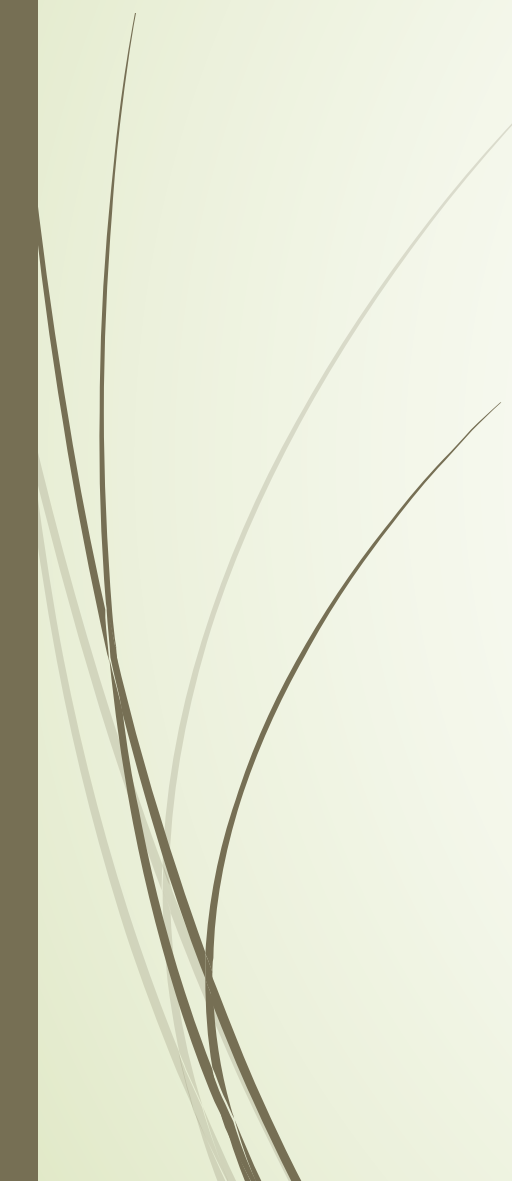
Arbeidsøkt i
gruppene

Oppsummering
i plenum



Fokus i dag

Gir digitale hjelpemidler større muligheter for et lærende felleskap for hele klassen?

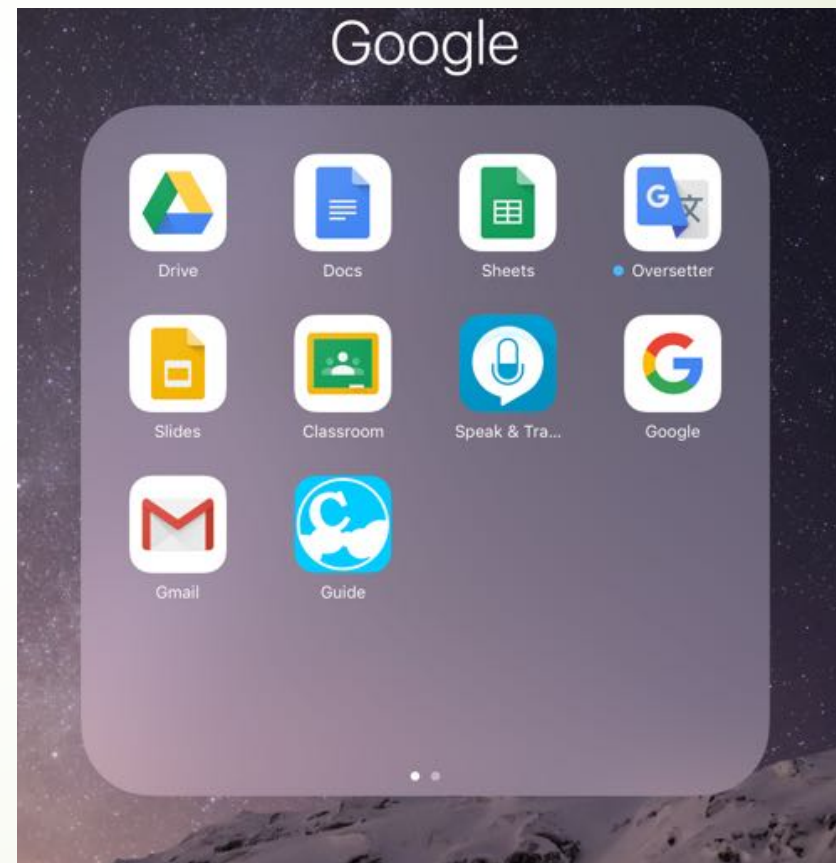




Del 2: Individuell hjelp til pålogging i Google

- Opprett Google-konto
- Nettbrett - App: Google Drive, Docs, Sheets, Slides
- PC: Google Chrome: www.google.no (Logg på)
 - Velg blant "App": Google Drive
- Del mappa "Konferanse 22.10.2015"

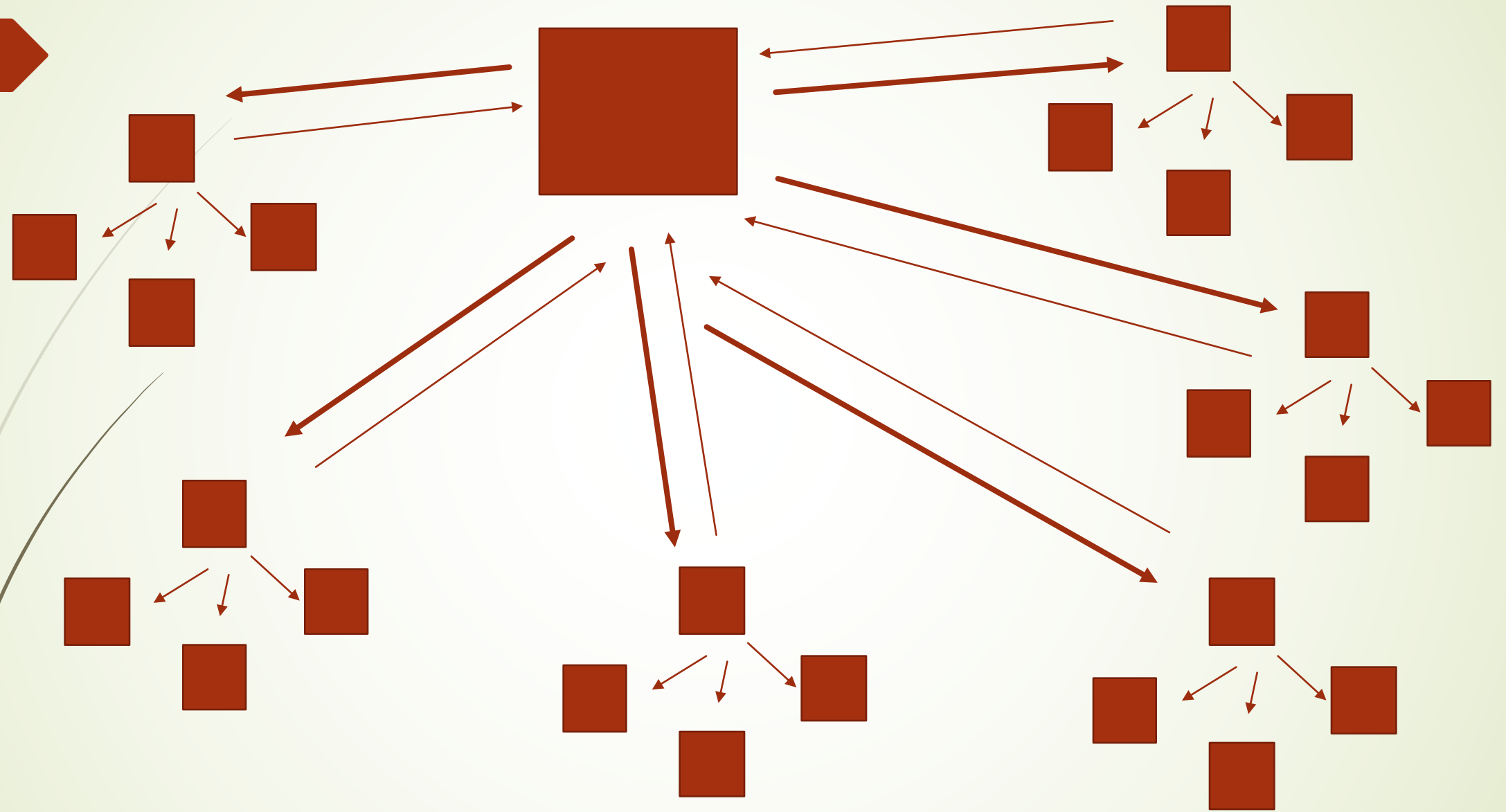
Del 3: Eksempler fra elevoppgaver i DIM-prosjektet





Google-plattformen oktober 2015

- "UNDERVISNINGSMAPPEN" er delt med alle elevene i klassen.
- Læreren legger ut en oppgave i "UNDERVISNINGSMAPPEN".
- Gruppelederen kopierer oppgaven og legger den inn på sin egen "Google Drive".
- Gruppelederen deler dette dokumentet med de andre elevene i gruppa pluss lærer.
- *Alle i gruppa skriver i det samme dokumentet, lærer kan følge med.*



**B***I*~~S~~

A≡

+



A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

1

2

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

Her ser du brøken $\frac{1}{2}$ i de grønne rutene. Du skal skrive inn teller og nevner på en annen brøk i de to grønne rutene. I de røde rutene dukker det kanskje automatisk opp noen brøker. Hva er det som skjer? Prøv å lage en brøk i de grønne rutene slik at det dukker opp brøker i alle de røde rutene. Hvorfor passer disse tallene på teller og nevner?

Forklar her hva du har funnet ut!

1

2

Elevgruppe 6

		9000		
		18000		
	6000		4500	
	12000		9000	
3600		18000		3000
7200		36000		6000
			2250	
			4500	
	2000		1800	
	4000		3600	



Elevforklaringer

- *"Det er slik at du kan skrive en brøk som betyr halvdel"*
- *"Vi halvverer oppe og nede. Vi kan doble inni brøken. Men det blir på en måte samme svar."*
- *"Det deles på 2 3 4 5 6 7 8 "*
- *"Den øverste rød er delt på 2, den ann øverste røde til høyre er delt på tre, den på venstre er delt på 4, den i neste hakk ned til venstre er delt på 5, den til høyre er delt på 6, den under er delt på 7, den under der er delt på åtte osv."*



Oppsummering

- Tallet oppe er teller og nevner delt på 2, den til venstre er teller og nevner delt på 3, osv
- Finn et tall som kan deles på 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 og 10
- Finn ett tall som er i 2-, 3-, 4-, 5-, 6-, 7-, 8-, 9- og 10-tabellen
- Multipliser: $2*3*4*5*6*7*8*9*10 =$
- 2-tabellen er i 4-tabellen, 3 er i 9 -tabellen osv.
- Tallet må være $2*2*2*3*3*5*7 = 2^3*3^2*5*7 = 2520$

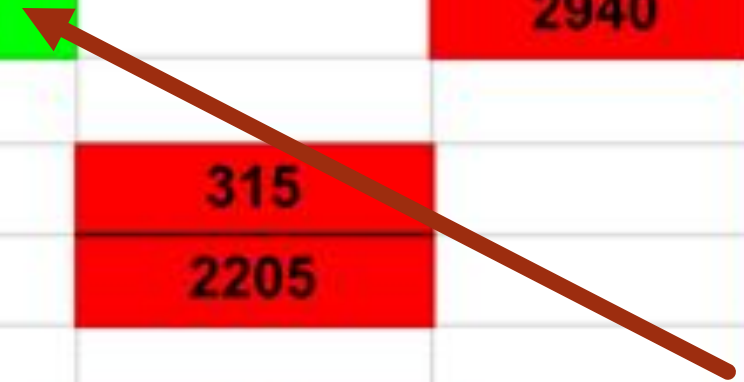


		1260		
		8820		
	840		630	
	5880		4410	
504		2520		420
3528		17640		2940
	360		315	
	2520		2205	
	280		252	
	1960		1764	

$=2^3 * 3^2 * 5 * 7$



$=C12 * N_1$



BRØK 06 a: Addisjon av brøker med ulik nevner

Et kvadrat delt inn i biter slik som tegningen viser.

Leif og Gerd fikk oppgaven å gi en brøk for hver bit og løsningen dere er skrevet på hver bit.

De kontrollerte ved å legge sammen brøkene og fikk sum $20/80$.

Gerd: tjue åttideler?

Leif: Ja, men så legger du sammen 20 og 80. Det blir 100

Gerd: hm ??

Leif: Ja, og hundre er en hel.

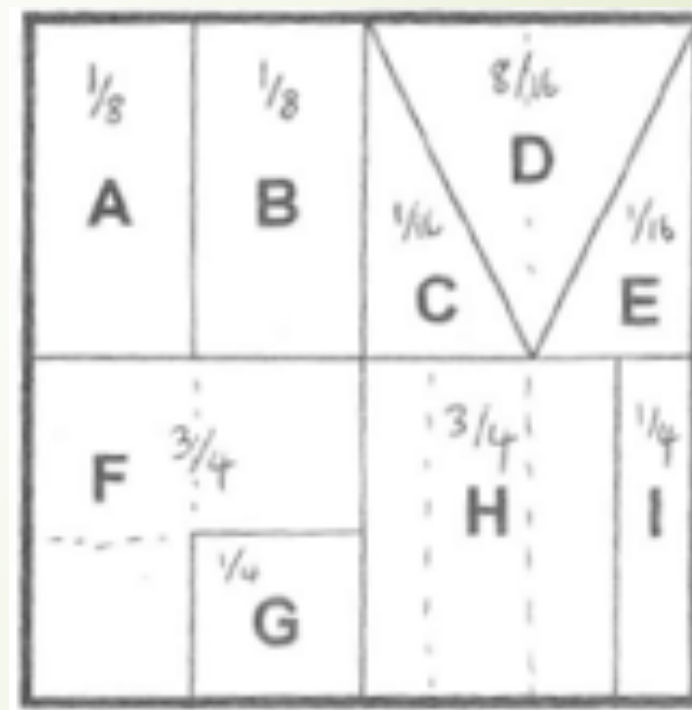
Bitene har navn A; B, C, D, E, F, G, H og I.

De tilsvarende brøkene er: $1/8$, $1/8$, $1/16$, $8/16$, $1/16$, $3/4$, $1/4$, $3/4$ og $1/4$

Oppgave

Finn ut hva som er problemet for Leif og Gerd.

(Oversatt fra M Swan: Dealing with Misconceptions in mathematics. In P gates: Issues in Mathematics Teaching)



Elevsvar gruppe 1

Problemene til Leif og Gerd er at de ikke har gjort nevnerene like. Først må de utvide brøkene til alle nevnerene er like. Slik som vi har gjort nedenfor. Og de har også bare skrevet noe på brøkene, de har ikke riktige tall. For noen deler som er like store står det forskjellige ting på og de har ikke samme verdi

$$A: 1/8 \times 2 = 2/16$$

$$B: 1/8 \times 2 = 2/16$$

$$C: 1/16 \times 1 = 1/16$$

$$D: 8/16 \times 1 = 8/16$$

$$E: 1/16 \times 1 = 1/16$$

$$F: 3/4 \times 4 = 12/16$$

$$G: 1/4 \times 4 = 4/16$$

$$H: 3/4 \times 4 = 12/16$$

$$I: 1/4 \times 4 = 4/16$$

$$= 46/16$$

...fortsettelse elevsvar gruppe 1

Det betyr at de har skrevet mer i brøkene enn en hel form kan være. For alle må til sammen være en hel. Under er de riktige brøkene.

A: $1/8=2/16$ = riktig

B: $1/8=2/16$ = riktig

C: $1/16$ = riktig

D: $2/16$ = riktig

E: $1/16$ = riktig

F: $3/16$ = riktig

G: $1/16$ = riktig

H: $3/16$ = riktig

I: $1/16$ = riktig

= $16/16$

Nå har vi fikset brøkene så de ble riktige. Fra før hadde de $46/16$ og nå er det $16/16$.

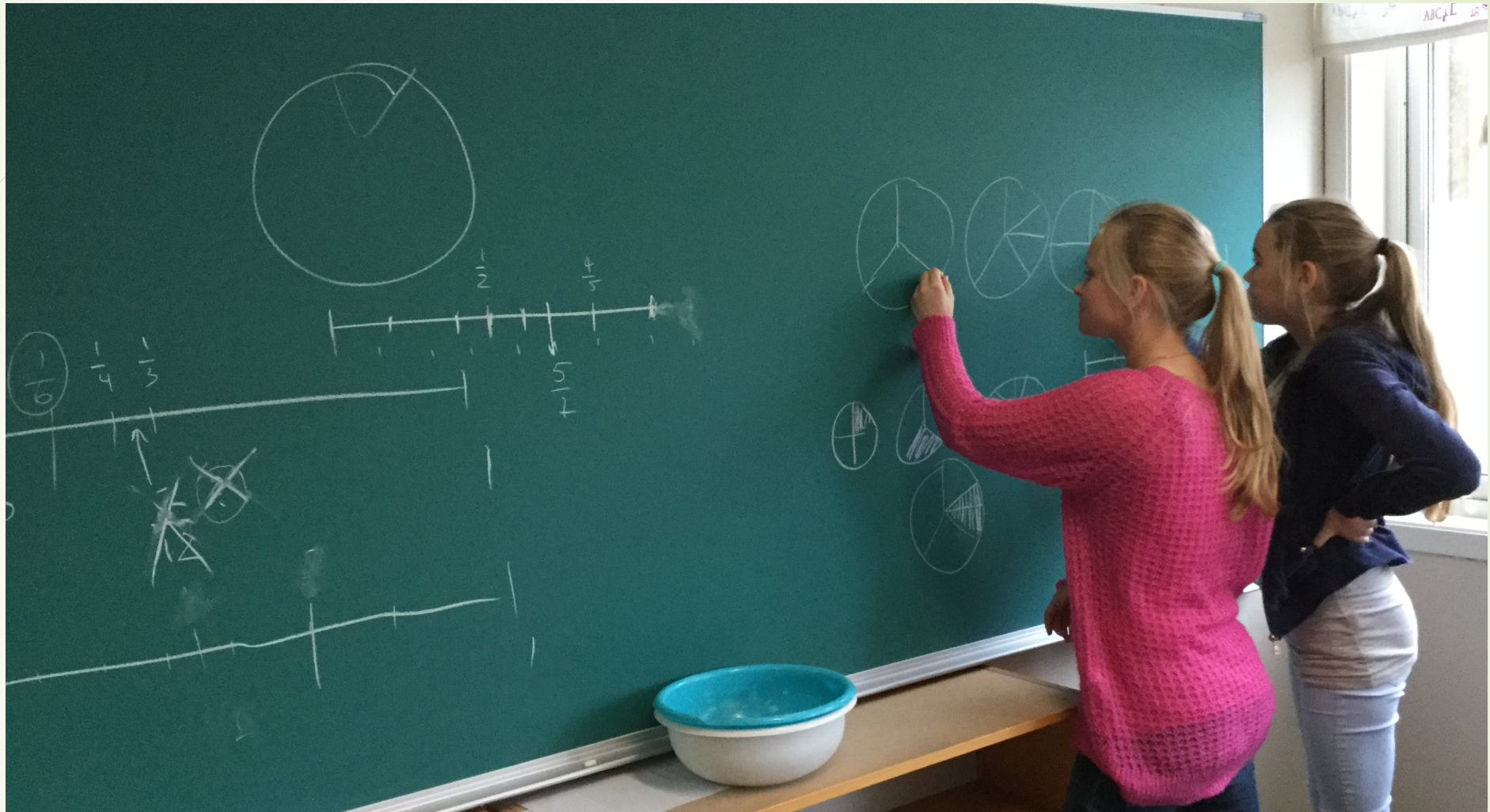
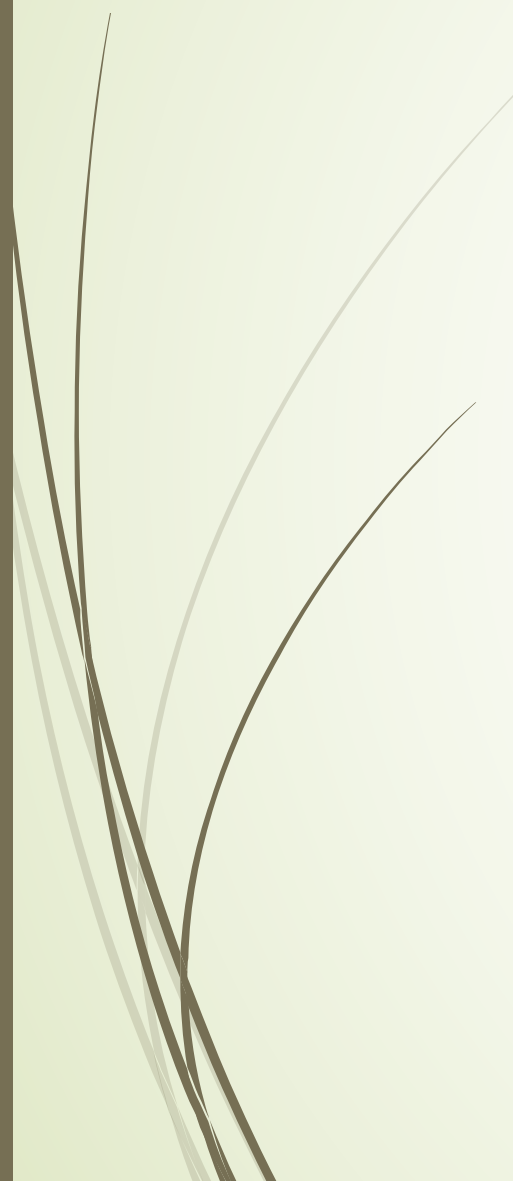
Oppe er de originale verdiene og nede er den som egentlig riktig å skrive.

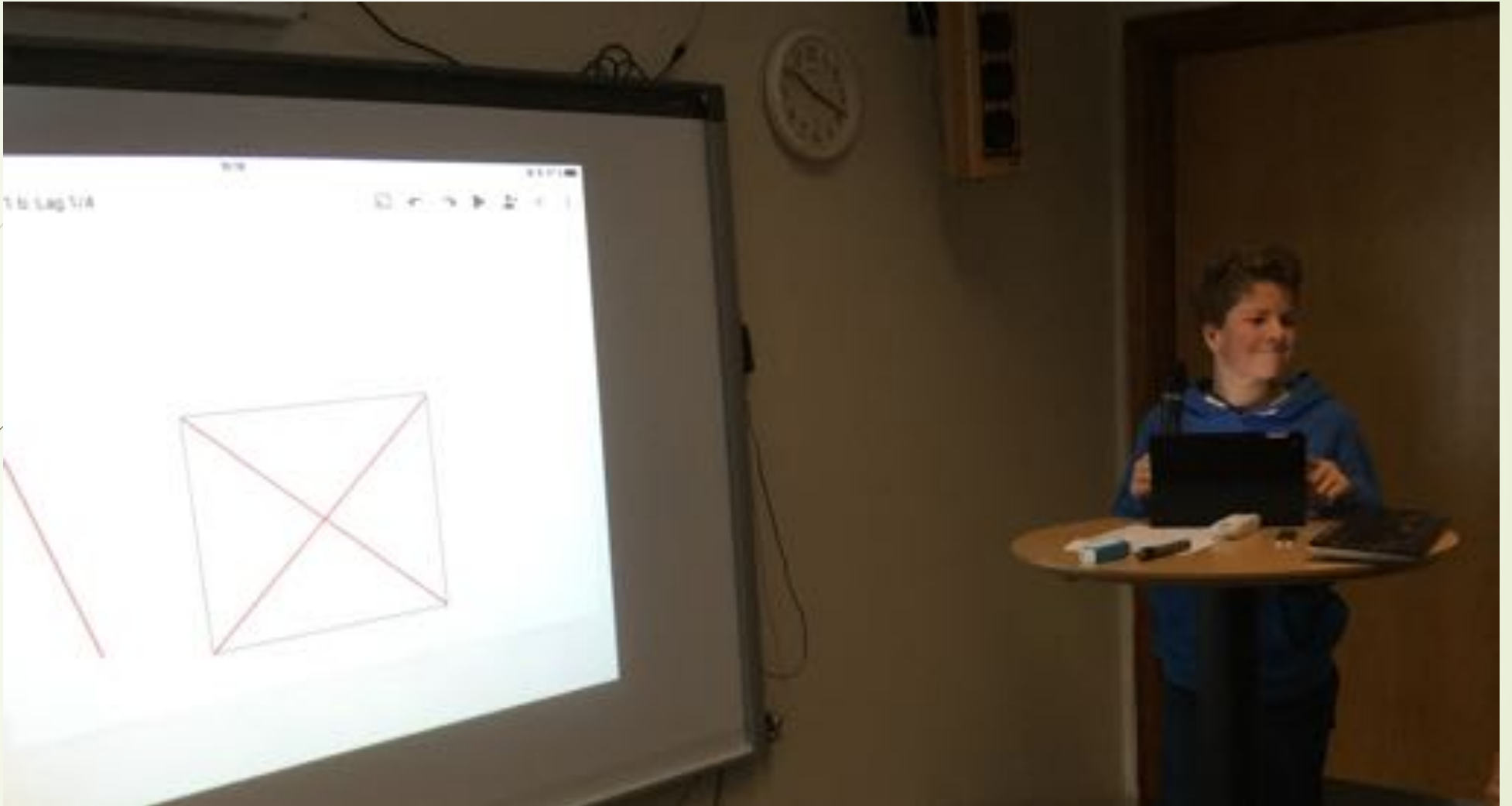


Fokus i dag

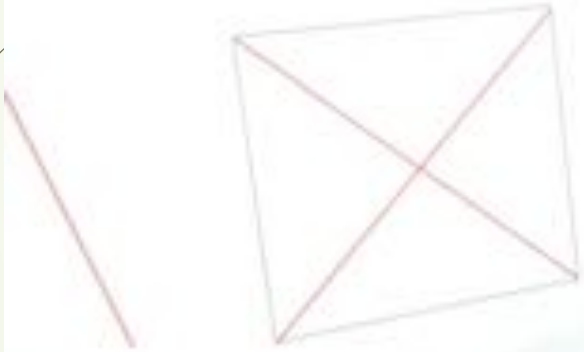
*Gir digitale hjelpemidler større
muligheter for et lærende felleskap
for hele klassen?*





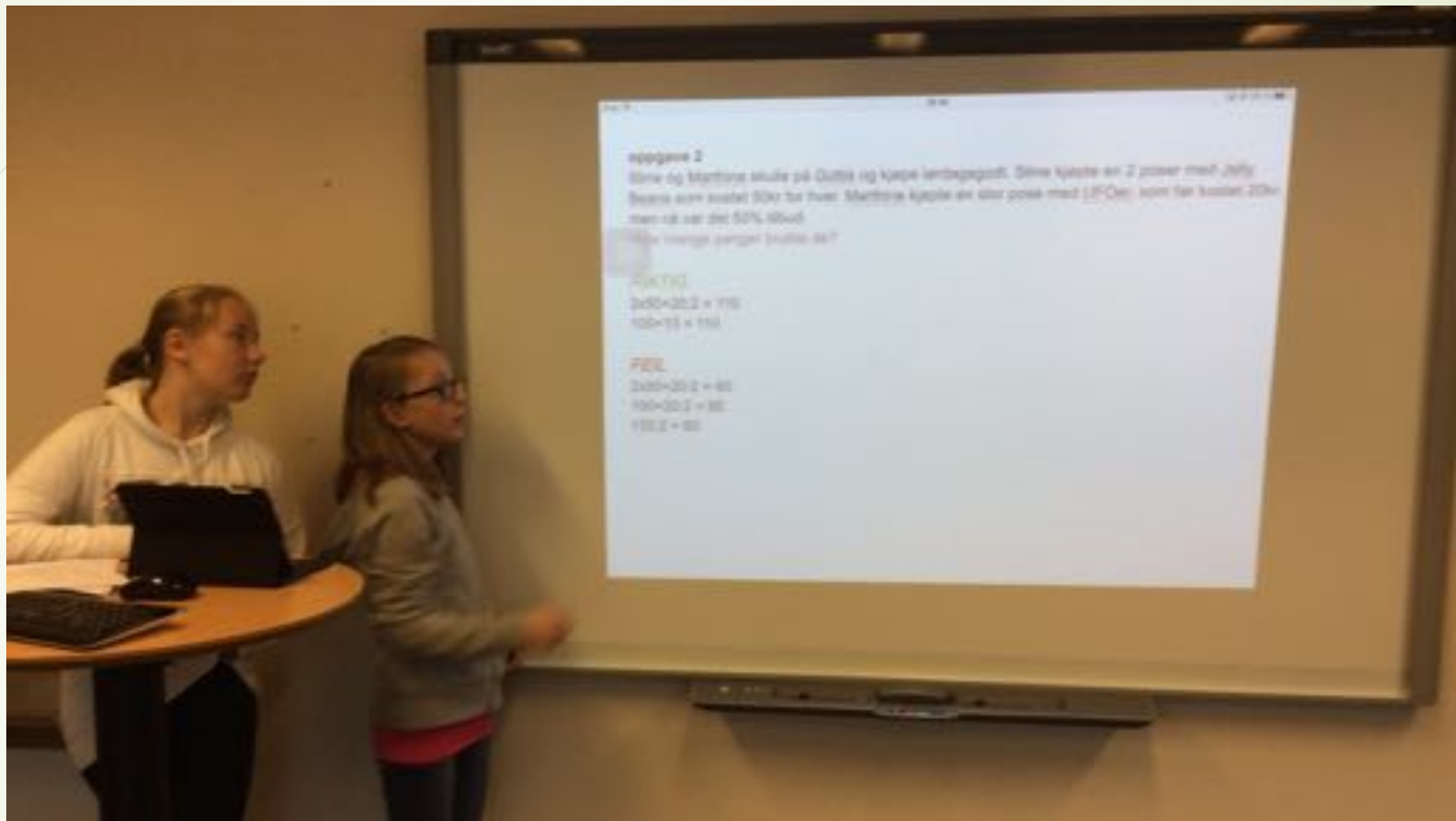


1 to Lag 1/A











Under design

Prosent fra uke 46



Prosent – eksempel 1

DIM-prosjekt uke 46-49

Rachel Marie handler på NOTABENE



Den billigste gratis

Rachel Marie handler tre varer på NOTABENE. De koster kr 49,- , kr 349 og kr 249,-. Butikken spanderer den billigste varen gratis.

1. Hva koster alle varene til sammen?
2. Hvor mange kroner får Rachel i avslag?
3. Hvor mye betaler hun?
4. Hvor mange prosent avslag får Rachel Marie?



NOTABENE



Vi spanderer den billigste gratis



Ta tre og få den billigste gratis!

Rachel Marie hadde først tenkt å kjøpe tre varer på NOTABENE for kr 249,-, kr 49,- og kr 349,-. Men hun ønsker å få mer i avslag og ser på en skolesekk til kr 699,-.

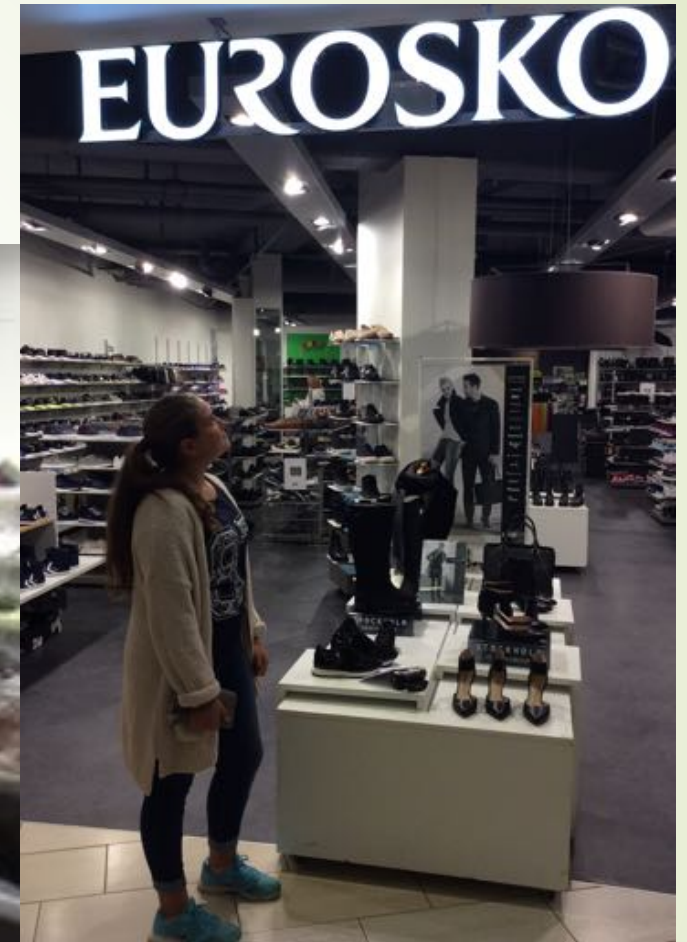
1. Hvor mye må hun betale for tre varer hvis hun velger skolesekken til kr 699,- i stedet for boka til kr 49,-?
2. Hvor mange prosent avslag blir det?
3. Velg andre muligheter for å kjøpe tre varer og finn ut avslaget i prosent.
4. Når får hun størst avslag i prosent? Du kan gjerne foreslå andre priser og varer fra en bokhandel.



Prosent – eksempel 2

DIM-prosjekt uke 46-49

Skotilbud på EUROSKO





EUROSKO

Rachel Marie hadde kun med seg 1600 kr. Men prisen hadde nå økt med 10%. Siden damen i butikken kjente faren til Rachel, skulle hun få 10 % rabatt. Da skulle hun betale 1600.

1. Stemmer det?
2. Momsen på mange varer er 25 %. Hvis en vare koster kr 100,-, selges den for kr 125,- med moms. Hvis du kun vet den siste prisen, hvordan må du regne for å finne prisen uten moms?



Prosent – eksempel 3

DIM-prosjekt uke 46-49

iPhone 6 med kontantkort



iPhone 6

- ➔ Rachel Marie skal kjøpe en iPhone 6 med kontantkort. Pris uten moms er 5280,-. Pris med moms er 6600,- .
- ➔ Telenorbutikken gir i dag 10% avslag på prisen uten moms. Men Rachel Marie vil ha 10 % avslag på prisen med moms.

1. Var det lurere?





Fokus i dag

*Gir digitale hjelpemidler større
muligheter for et lærende felleskap
for hele klassen?*





Del 4: Utprøving

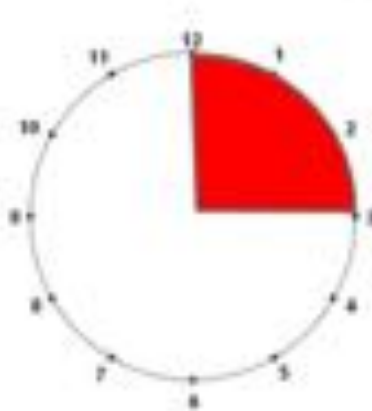
1. Gå til "Konferanse 22.10.2015" og hent Google Sheets "Brøk 06 b Addisjon av brøker med ulike nevner"
2. Gå til "Konferanse 22.10.2015" og hent Google Slides "Brøk 11 b Divisjon av brøk"
3. Gå til "Konferanse 22.10.2015" og hent Google Docs "Brøk 1 a Brøk i dagliglivet"

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

BRØK 11b Divisjon av brøk

Her ser du to klokker. I klokken til venstre er det en rød sirkelsektor som illustrerer $\frac{1}{4}$ -brøk. Til høyre er det en sirkelsektor som illustrerer $\frac{1}{12}$ -brøk.

Tenk deg at du skal finne ut hvor mange grønne sirkelsektorer det er plass til den røde. Da tar du en kvart delt på en tolvdel, og svaret er 3 ganger. Med regnesymboler blir det slik:



$$\frac{1}{4} : \frac{1}{12} = 3$$



BRØK 1a: Brøk i dagliglivet

1. Skriv ned eksempler når vi bruker brøk i hverdagen. For eksempel: "Jeg kjøpte $\frac{1}{2}$ L med fløte."

2. Lag noen matematikkoppgaver med brøk fra punkt 1 og 2 og finn svaret.



Del 5: Plenum

Samtale

- ➔ ***Gir digitale hjelpemidler større muligheter for et lærende felleskap for hele klassen?***

Noter:

1 Fuglestad, B (2007, desember). *Erfaringsamling. Ideer og eksempler fra arbeidet*. Forelesning på LBM-verkstedet 5. desember 2007. Kristiansand: UiA

2 Elevundersøkelsen: Utdanningsdirektoratet arrangerer brukerundersøkelser for at elever, lærere og foreldre skal få si sin mening om læring og trivsel på skolen. Skolen kan invitere elever fra 5. trinn til og med Vg3 til å svare på spørsmålene i Elevundersøkelsen. Elevundersøkelsen er obligatorisk å gjennomføre på 7. og 10. trinn og på Vg1 i høstsemesteret. (Hentet 22. april 2015 fra <http://www.udir.no/Laringsmiljo/Elevundersokelsen/#Formalet-med-undersokelsene>)

Referanser:

Berg, C. V. (2013b) Enhancing mathematics students teachers' content knowledge: Conversion between semiotic representations. In B. Ubuz, C. Haser, & M.A. Mariotti (Eds.) *Proceedings of the eighth congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, (s. 2946-2955). Ankara, Turkey: Middle East Technical University.

Dean, E. (2015) *Meningsfylte matematikkoppgaver? Et casestudie fra ungdomsskoleelevers aktiviteter knyttet til algebra på en bedrift*. Kristiansand: Universitetet i Agder.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103-131. doi: 10.1007/s10649-006-0400-z

Feng, Wai Yi. (2005). *Conceptions of enrichment*.

Janvier, C. (1987). Translation processes in Mathematics education. In Janvier, C. (Eds.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Jaworski B., Fuglestad A.B., Bjurland R., Breiteig T., Goodchild S. og Grevholm, B. (2007). *Læringsfellesskap i matematikk*. Kristiansand: Caspar Forlag AS

Nosrati, M. & Wæge, K. (2015) *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*. Hentet 10. august 2015 fra <http://www.matematikk-senteret.no/content/4879/Sentrale-kjennetegn-pa-god-laring-og-undervisning-i-matematikk>

Utdanningsdirektoratet (2014). *Matematikk i norsk skole anno 2014*. Hentet 13. august 2014 fra <http://www.udir.no/Tilstand/Forskning/Rapporter/Ovrige-forfattere/Matematikk-i-norsk-skole-anno-2014/>