



Returkraft

Funksjoner på Returkraft

Hefte B: Brukes under besøket på bedriften



1 Returkraft mottar avfall



Les dette høyt og svar på spørsmålene: Mathur er på avdeling A. Her tømmes søpla i en stor bunker. I løpet av ett år leveres ca 130 000 tonn søppel. Returkraft tar betaling for å brenne søpla vår. Nå skal dere hjelpe Mathur med å sende regninger til forskjellige kommuner som leverer søppel. Prisen er 1750 kr for 1 tonn søppel.

Hva må de betale for 2 t (tonn) søppel?

Hva må de betale for 4 t søppel?

Hva må de betale for 5,5 t søppel?

Les høyt: Antall tonn søppel som blir levert, kan variere fritt og uavhengig fra 0 til mange tusen tonn! Dette tallet kalles i matematikk-språket for en **uavhengig variabel**.

Men regningen Mathur skal sende til kommunene, er avhengig av antall tonn med søppel som blir levert. I matematikk-språket kaller vi dette tallet for en **avhengig variabel**.

Det er en sammenheng mellom søppelmengden (**uavhengig variabel**) og regningen (**avhengig variabel**). Forklar denne sammenhengen.

Hjelp Mathur med å regne ut hva kommunene skal betale eller hvor mye søppel de har levert:

Antall tonn med søppel (uavhengig variabel)	Regningen (avhengig variabel)
7 t	
11 t	
14 t	
	35 000 kr
350 t	
	2 625 000 kr

2 Energien i søpla

Les høyt: Returkraft brenner søppel og produserer varmt vann. I gjennomsnitt ble 1 kg søppel omdannet til 11,3 MJ (Mega-Joule) med varmeenergi i 2015. Det kalles i tabellen for **"Brennverdi"**.

Forklar forskjellen på de ulike tallene i tabellen under i linjen

"Brennverdi" (10,7 – 11,2 – 11,2 – 11,3 – 12,2 – 12,2)



Driftsrapport

Periode: Desember

2015

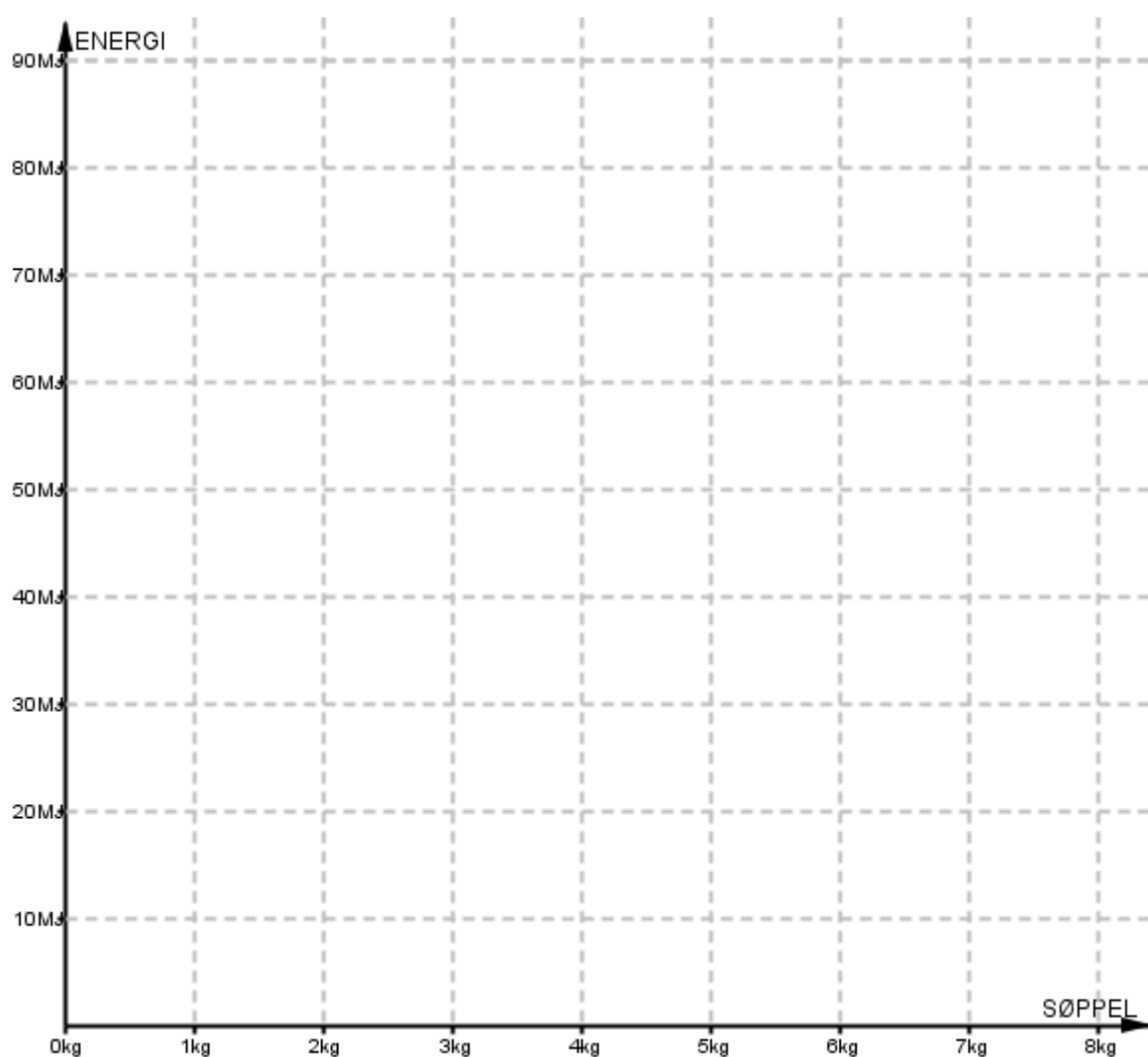


		Desember		Hittil i år			Hele
		2015		2014	2015		2015
		Faktisk	Budsjett	Faktisk	Faktisk	Budsjett	Budsjett
Tilgjengelighet	totalt tilgjengelig					8760	8760
Driftstimer	Timer	744	735	8283	8128	8200	8200
Driftstimer %	%	100	99	94	93	93,6	93,6
Tilgjengelighet	%	100		93	93		
Produksjon							
Brensel til ovn	Tonn	13 217	12 490	137 472	137 468	131 807	131 807
Brensel til ovn	Tonn/h	17,8	17,0	16,6	16,9	16,1	16,1
Produksjon kjel	MWh	32 491	32 345	356 154	356 757	369 996	369 996
Produksjon kjel	MW	43,7	44,0	43,0	43,9	45,1	45,1
Brennverdi	MJ/Kg	10,7	11,2	11,2	11,3	12,2	12,2
Turbin	MW/h	8 347	7 137	88 064	84 320	83 374	83 374

Søppelmengden kan variere. Fyll ut tabellen under som viser sammenhengen mellom søppelmengde (**uavhengig variabel**) og energi (**avhengig variabel**).

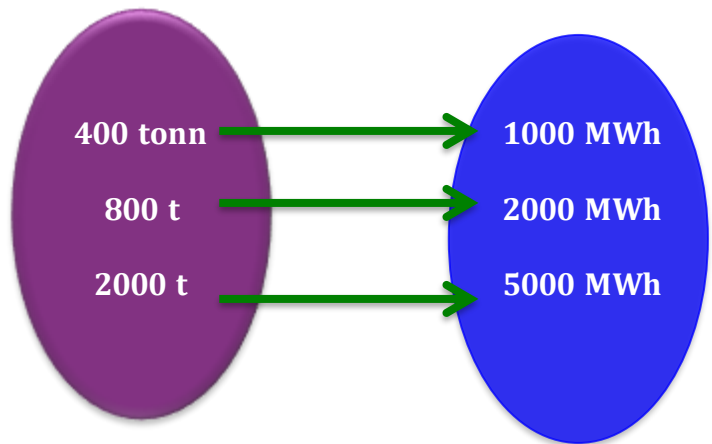
Avhengig variabel: energi		11,3 MJ					
Uavhengig variabel: søppel	0 kg	1 kg	2 kg	3 kg	5 kg	6 kg	8 kg

Dette kan også fremstilles med en graf i et koordinatsystem (du kan f.eks. bruke GeoGebra). Horisontalt finner vi antall kg søppel. Vertikalt finner vi energien i det varme vannet. Du må hjelpe Mathur med å merke punkter i koordinatsystemet som viser sammenhengen mellom søppelmengden og energien. 1 kg søppel tilsvarer 11,3 MJ energi osv. Trekk ei linje gjennom punktene.



3 Returkraft omdanner avfall til energi

Les høyt: Noen ganger måler Returkraft energien i Mega-Joule. Andre ganger bruker de en annen benevning. Jenni passer på at den kjemiske energien i søpla omdannes til varmeenergi i vannet. Hun måler energien i **Mega-Watt-timer (MWh)**.



Jenni har regnet ut at Returkraft må brenne 400 tonn søppel for å produsere omtrent 1000 MWh energi. Her ser dere sammenhengen mellom søppelmengden og antall Mega-Watt-timer energi.

Forklar sammenhengen mellom **søppelmengden** og **energien** som omdannes til varme.

4 Jenni elsker algebra

Les høyt: Jenni tenker slik: For å finne ut hvor mye energi vi kan få ut av søpla, må jeg finne vekta på søpla og multiplisere det med et bestemt tall. Jeg skriver det slik:

energi er lik **et tall** multiplisert med **søppel**

energi = **et tall** * **søppel**

eller enda kortere som en matematisk **formel**:

y	=	k	*	x
-----	---	-----	---	-----



Tallet k er en konstant. Det viser en bestemt **sammenheng** mellom søppelmengde og energien som blir produsert. Jenni vet at det produseres 1000 MWh energi hvis de brenner ca 400 tonn søppel. Ut fra disse opplysninger kan hun finne k .

$$1000 = k * 400$$

Du må hjelpe Jenni med å regne ut **k -verdien**. Vis hvordan du tenker.

Her ser du driftsrapporten fra Returkraft med de **faktiske** tallene for hele 2015:

137 468 tonn søppel ble brent (**Brensel i ovn**), og det ble omdannet til **356 757 MWh energi** (Produksjon i kjel)

Driftsrapport

Periode: Desember

2015



		Desember		Hittil i år			Hele
		2015		2014	2015		2015
		Faktisk	Budsjett	Faktisk	Faktisk	Budsjett	Budsjett
Tilgjengelighet	totalt tilgjengelig					8760	8760
Driftstimer	Timer	744	735	8283	8128	8200	8200
Driftstimer %	%	100	99	94	93	93,6	93,6
Tilgjengelighet	%	100		93	93		
Produksjon							
Brensel til ovn	Tonn	13 217	12 490	137 472	137 468	131 807	131 807
Brensel til ovn	Tonn/h	17,8	17,0	16,6	16,9	16,1	16,1
Produksjon kjel	MWh	32 491	32 345	356 154	356 757	369 996	369 996
Produksjon kjel	MW	43,7	44,0	43,0	43,9	45,1	45,1

Hvilken sammenheng (**k**) eller forhold finner du mellom disse to tallene? Rund av til én desimal.

5 Mengden avfall endrer seg

Les høyt: Returkraft bruker **k-verdien 2,6**. Jenni skriver denne formelen: $y = 2,6x$

Alle matematikere ønsker å skrive formler så korte som mulig, og derfor har alle blitt enige om at vi kan sløyfe multiplikasjonstegnet mellom tall- og bokstavsymboler.

$2,6 * x$ betyr det samme som $2,6x$ Derfor skriver vi fra nå av: $y = 2,6x$

Forklar hva disse symbolene betyr:

y	
$=$	
$2,6$	
x	

Jenni vil lage en tabell som viser sammenhengen mellom søppel og energi når vi bruker formelen $y = 2,6x$. Her har Jenni valgt x-verdier. *Du skal bruke formelen, regne ut de riktige y-verdiene og sette dem inn i tabellen.*

x: søppel	0	15 000	30 000	60 000	100 000	130 000
y: energi						

Bruk de verdiene som står i tabellen over, sett inn punktene i dette koordinat-systemet og tegn grafen:



EKSTRA LESESTOFF FOR DE RASKESTE GRUPPENE: Funksjoner, hva er det?

Les høyt: I dag har dere lært noe om sammenhengen mellom tall. Tenk deg at i disse sirklene til høyre fins det en mengde tall. Du kan fritt velge et tall blant alle de tallene som fins i den **fiolette sirkelmengden**, og når du har valgt et tall, vil det kun være ett tall i den **blå sirkelmengden** som passer helt nøyaktig.



I matematikk pleier vi ofte å skrive et symbol for et ukjent tall eller et tall som kan variere. Her bruker vi symbolet **x** for alle tallene i den **fiolette sirkelmengden** som vi kan velge blant. For tallene som passer helt nøyaktig i den **blå sirkelmengden**, bruker vi symbolet **y**.

Tenk på denne sammenhengen:

1 tonn søppel blir omdannet til 3 MWh energi.

Tallet **1**, som vi finner i den fiolette sirkelmengden, står en i en sammenheng med tallet **3** i den blå sirkelmengden. Matematisk kan vi skrive denne sammenhengen slik:

$$x \mapsto 3x$$

Du velger et tall (**x**) helt fritt i den fiolette sirkelmengden, og så multipliserer du dette tallet med 3 for å finne det andre tallet i den blå sirkelmengden som står i en bestemt sammenheng. Det nye tallet kaller vi **y**.

$$x \mapsto 3x = y$$

Hvis du velger at **x** er tallet 2, tenker du $3 * 2 = 6$. Da er **y** = 6.

Hvis du velger at **x** er tallet 5, tenker du $3 * 5 = 15$. Da er **y** = 15.

En slik ordning mellom to mengder med tall kalles i matematikken for **en funksjon**. Vi bruker symbolet **f**.

På Returkraft kan de brenne mellom 0 og 130 000 tonn med søppel i året. Hvis ovnen er slukket, brenner de ikke noe søppel. I løpet av én time kan de brenne 15 t søppel, i løpet

av én dag 350 t og én måned 10 000 t. Alle disse tallene finner du i den fiolette figuren. Det kalles i matematikken for **definisjonsmengde** med symbolet D_f .



For å finne tallet i den blå sirkelen som hører sammen med tallet i den fiolette, må du multiplisere med et bestemt tall. Dette tallet kalles **en konstant**.

Hvis f eks konstanten er 3, vil du finne en slik sammenheng:

- Ikke søppelbrenning: $3 * 0 = 0$
- 1 time: $3 * 15 = 45$
- 1 dag: $3 * 350 = 1050$
- 1 måned: $3 * 10\,000 = 30\,000$
- 1 år: $3 * 130\,000 = 390\,000$

Alle disse svarene finner du i den blå figuren, og de kalles for funksjonens **verdimengde** med symbolet V_f .

Når vi jobber med funksjoner, kan vi tenke at det går en tråd mellom tall i den fiolette sirkelen til et bestemt tall i den blå. I vårt eksempel kan tallet 15 i den fiolette ikke gå til flere ulike tall i den blå. Kun ett, og det er 45.

For at alle skal skjønne at en formel er en funksjon, pleier matematikere å skrive:

$$f(x) = 3x \text{ i stedet for } y = 3x.$$

$f(x)$ uttales: **f av x**. Symbolet f viser at det er en funksjon, og x -en som står i parentes, er de verdiene vi kan velge fra den fiolette sirkelen. Hvis vi skriver: $f(350) = 3 * 350 = 1050$, betyr det at $x = 350$ og y blir da 1050. Hvis du jobber med mange ulike funksjoner på én gang, har du lov til å gi dem forskjellige navn. Prøv å lese disse formlene:

$$f(x) = 2,6x$$

$$g(x) = 0,55x$$

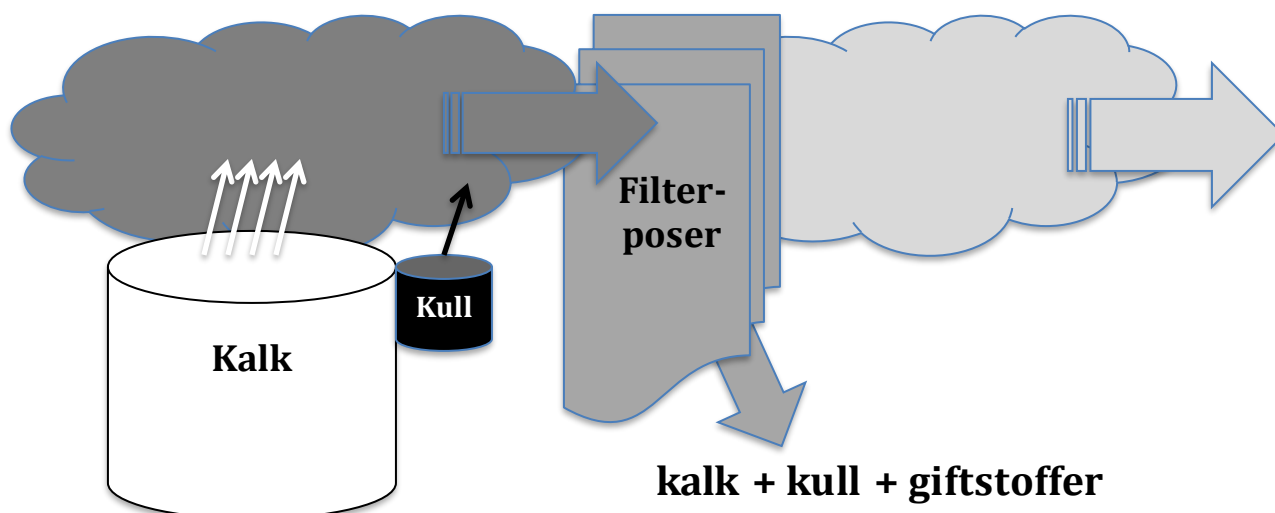
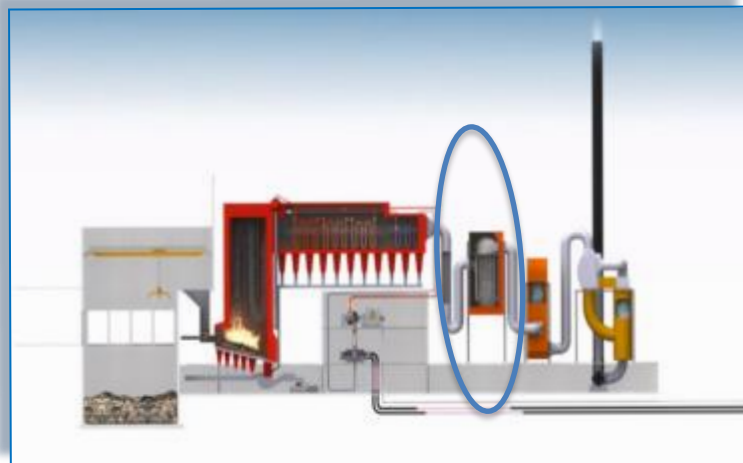
$$h(x) = 1,7x$$

x -verdiene i **definisjonsmengden** (D_f) kalles **uavhengig variabler**. Men så regner du ut hva y må bli ved å sette inn et tall for x i funksjonsformelen: $f(x) = 2,6x$. Og svaret på utregningen er en **avhengig variabel**, og du finner disse svarene (y) i funksjonens **verdimengde** (V_f).

Tallet foran x kalles **konstant**. Den viser hvor mye vi skal multiplisere x -verdiene med for å finne y .

6 Filterposene

Les dette: Røygassen fra ovnen sprøytes med kull- og kalkpulver før røyken går gjennom ca 900 filterposer. Kull og kalk reagerer med tungmetaller og giftige gasser. Disse giftene blir partikler som henger seg fast i filtrene mens røyken går videre. Filterposene fungerer som en støvsuger der partiklene blir samlet opp. Mange tonn filterstøv sendes til spesielle avfallsplasser (spesialdeponi) for sikker lagring. Milleur har ansvar for rensing av røygassen.



2-3 uker hvert år må de stoppe produksjonen på Returkraft. Da skal ovnen renses og utstyret vedlikeholdes. Men ellers er det som regel full produksjon hele døgnet, hele uken gjennom. I 2015 var det totalt 8128 timer med produksjon.

Hvert år blir ca 4 000 tonn med filterstøv med gift rensset ut av røyken. Hvor mange kg med gift blir det hver time?

7 Vi bruker funksjonen for støvfilteret



Les dette: Milleur har funnet ut at forholdet mellom søppel (**x**) og filterstøvet som blir rensset ut (**y**), kan uttrykkes med denne formelen: $y = 0,03x$

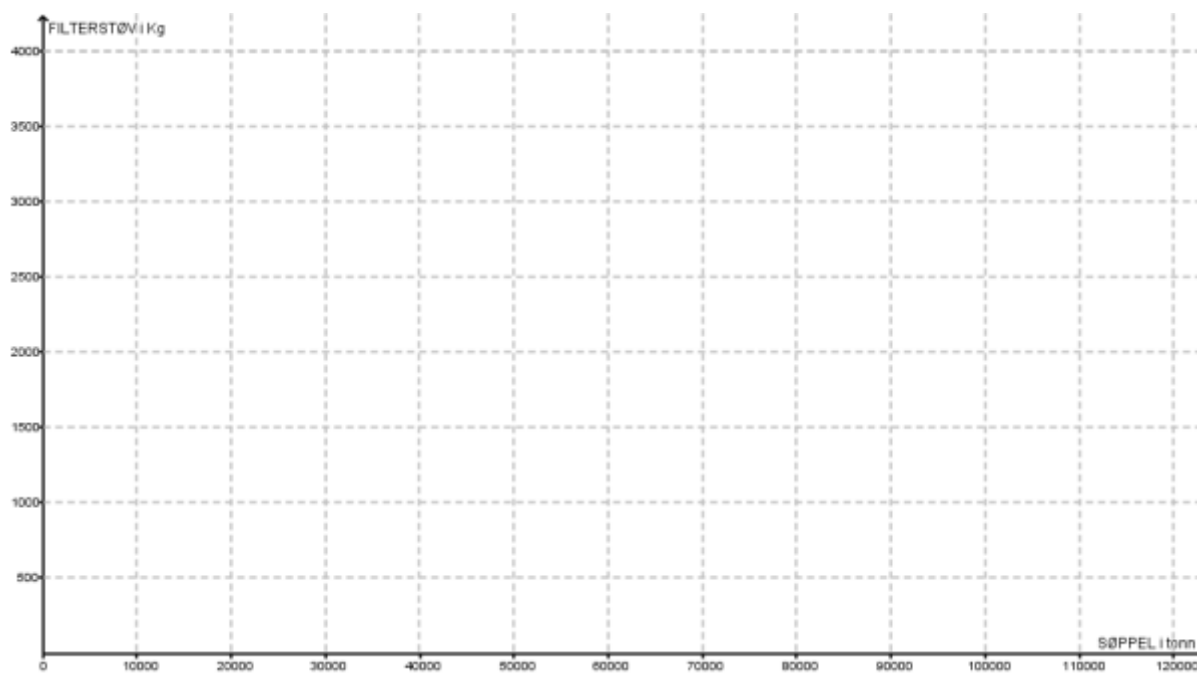
Det betyr at hvis du multipliserer søppelmengden med konstanten **0,03**, finner du mengden med filterstøv. Dette er en formel for et funksjonsuttrykk. Mange matematikere liker å skrive det på denne måten: $f(x) = 0,03x$

Symbolet **f** betyr at det er en funksjon, og symbolet (**x**) betyr at her er det x som varierer og velges fritt. Vi leser det slik: "f av x er lik 0,03x". I stedet for $f(x)$ kan en kalle funksjoner for $g(x)$, $h(x)$, $i(x)$ osv.

Bruk formelen $f(x) = 0.03x$ og finn x eller y. Fyll inn i denne tabellen:

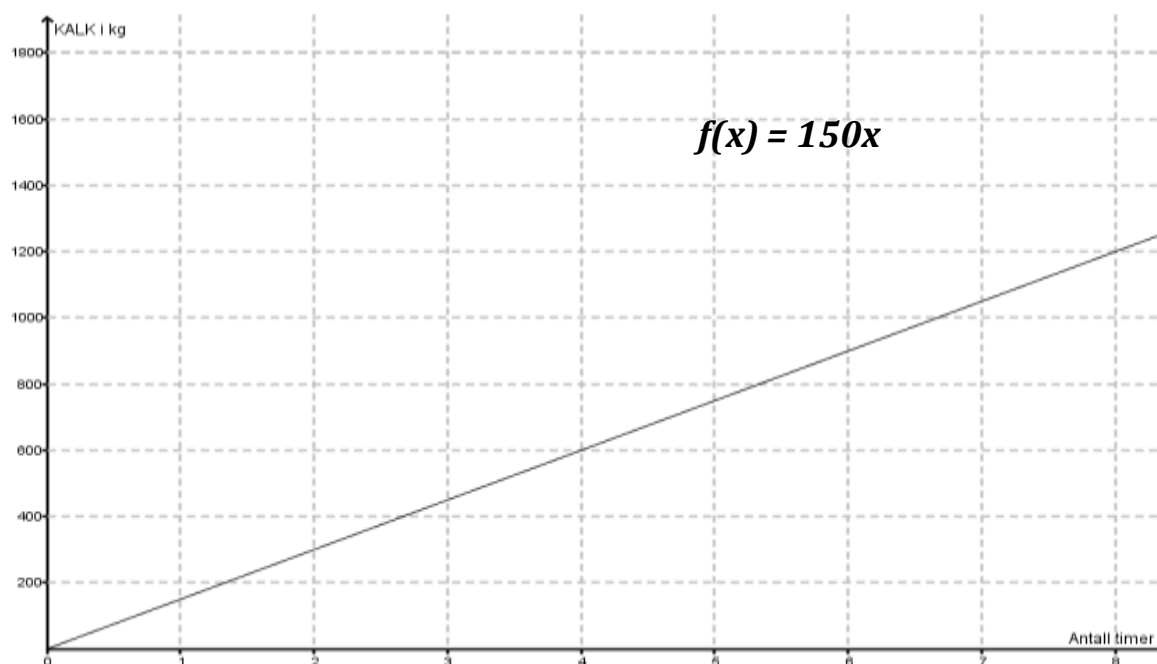
x			40 000					120 000
y	0	300				2700		

Bruk disse verdiene til å lage en graf. Sett inn to tallpar og trekk ei rett linje.



8 Bruk av kalk

Les dette: Kalk reagerer med de farlige gassene i røyken og blir til små partikler som blir rensset ut i filteret. Det varierer hvor mye kalkpulver Returkraft bruker. Hvis det er mye svovel, klor og fluor i røykgassen, må de øke doseringen til 200 kg kalk i timen. Hvis det er mindre farlige gasser, kan de redusere dette til 150 kg/h. Her har du en graf som viser at Returkraft sprøyter inn 150 kg i timen:

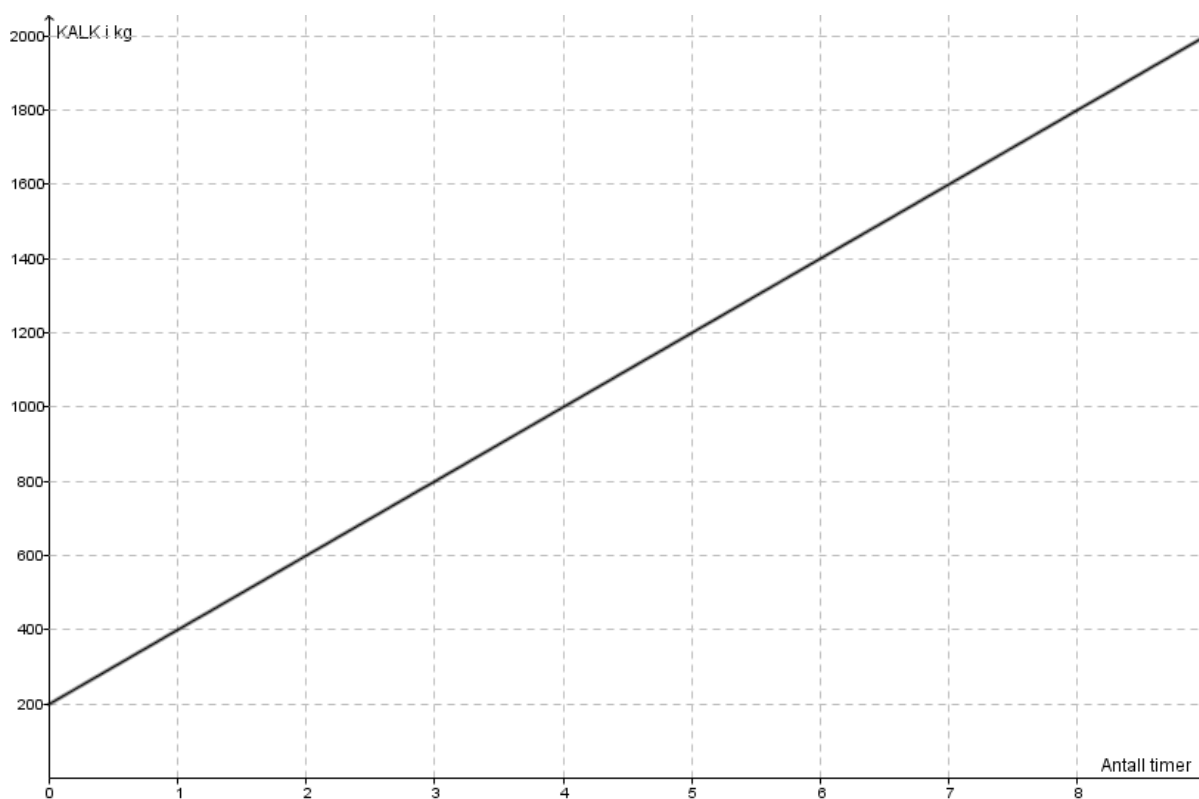


Lag en ny graf $g(x)$ som viser at kalkmengden har økt til 200 kg i timen. Bruk f.eks GeoGebra

Hva blir formelen til funksjonen $g(x)$ hvis de sprøyter inn 200 kg i timen?

Hva er forskjellen på disse to formlene $f(x)$ og $g(x)$?

Her er også en graf. Legg merke til at den ikke går gjennom origo $(0,0)$.



Forklar hva den viser, og prøv å finne en grunn for at den ikke går gjennom origo $(0,0)$.

Hvordan tror du formelen til denne funksjonen blir?

Nå kommer litt mer krevende oppgaver. Har dere tid, prøver dere på disse.

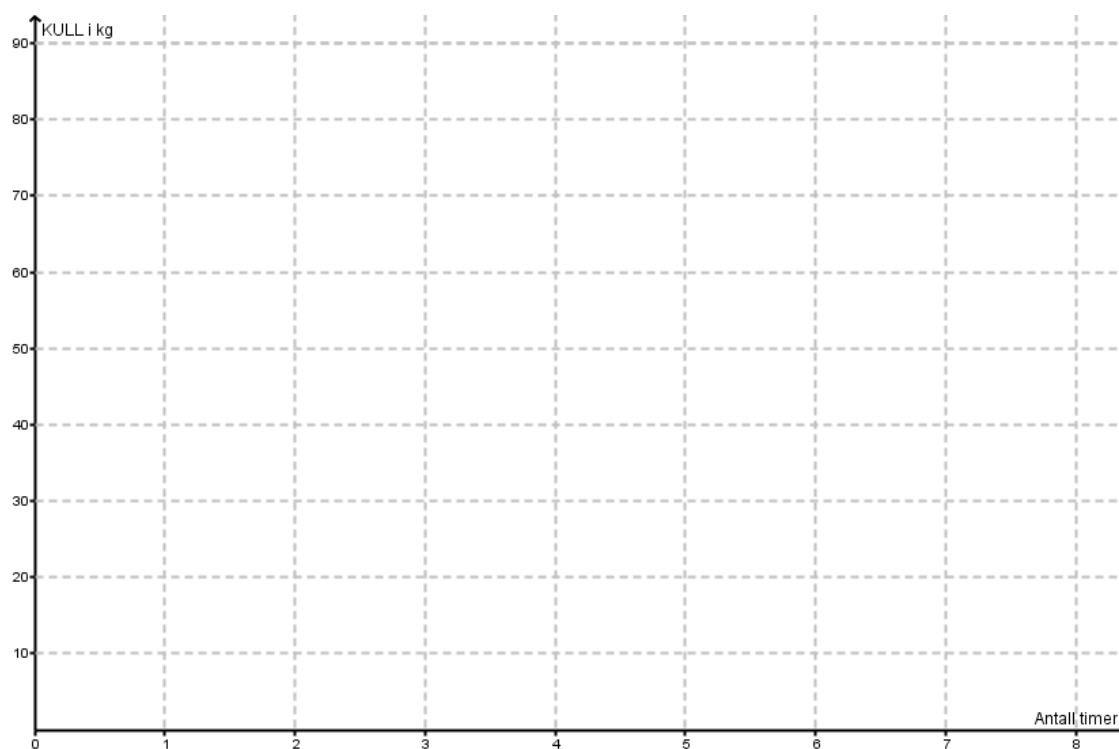
9 Røykgassen renses for tungmetaller

Les dette: På side 10 i dette heftet leste du om hvordan Returkraft renses røykgassen. I den forbindelse bruker de også formelen $f(t) = 7t$. De har byttet symbolet x med t som den uavhengige variabelen.



Forklar ved hjelp av denne formelen og det du har lest på side 10, hva som skjer.

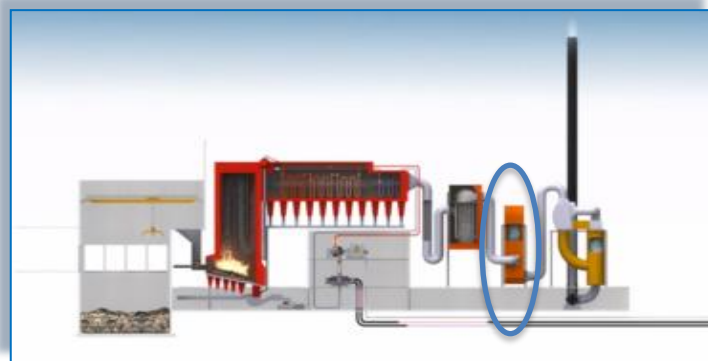
Tegn en graf som passer til formelen $f(t) = 7t$.



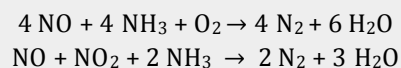
Denne grafen ligner litt på grafene på side 12. Hvordan er det mulig når formelen er så forskjellig?

10 Katalysator

Les dette: I røykgassen fins det også nitrogenoksyd (NO_x) som er svært forurensende for naturen. Ved forbrenningen i ovnen reagerer noe av nitrogenet med oksygen og lager denne gassen.



Returkraft bruker ammoniakk for å bli kvitt denne miljøgiften. Etter filterrensingen går røyken gjennom en katalysator. Her blir røykgassen sprøytet med ammoniakk (NH₃). Det skjer en kjemisk reaksjon og resultatet blir til nitrogen (N₂) og vann (H₂O), som er helt naturlige deler av lufta vi puster i.



Her ser du en driftsrapport fra Returkraft. Lag en formel og en graf som kan passe til katalysatoren.

Driftsrapport

Periode: Desember

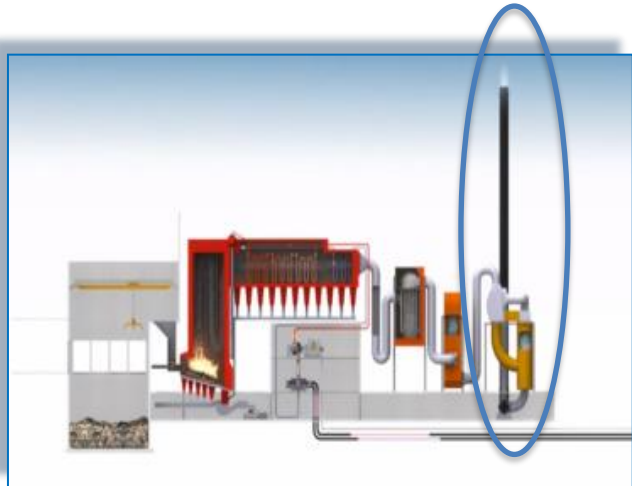
2015



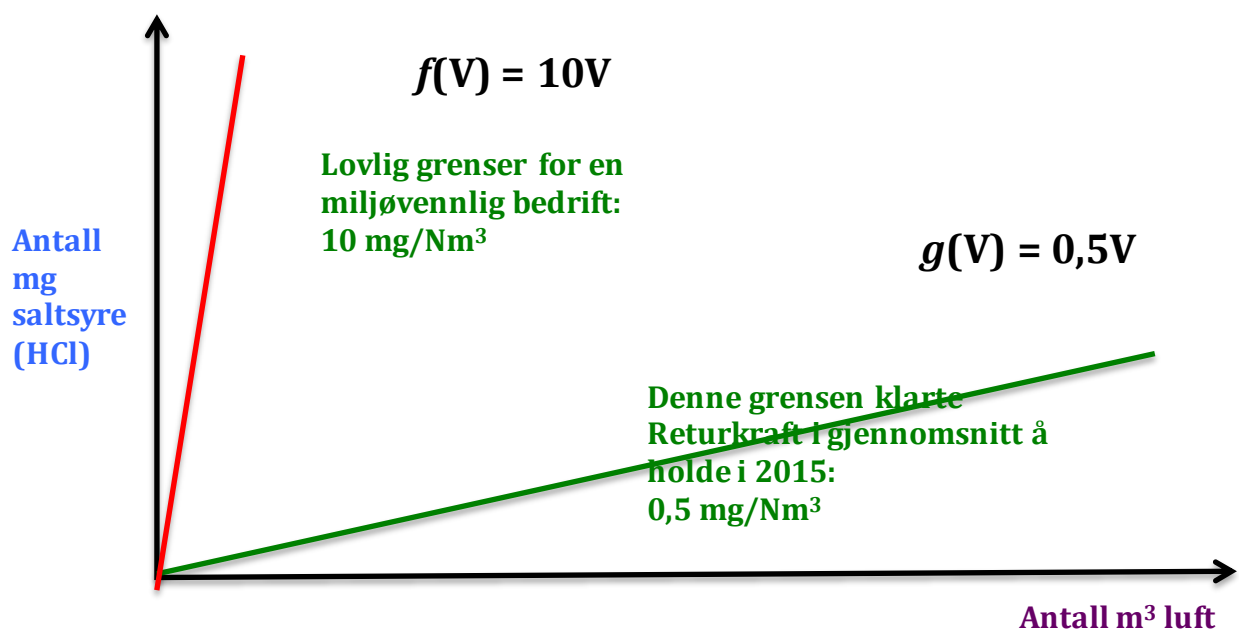
		Desember		Hittil i år			Hele
		2015		2014	2015		2015
		Faktisk	Budsjett	Faktisk	Faktisk	Budsjett	Budsjett
Tilgjengelighet	totalt tilgjengelig						
Driftstimer	Timer	744	735	8283	8128	8200	8200
Driftstimer %	%	100	99	94	93	93,6	93,6
Tilgjengelighet	%	100		93	93		
Produksjon							
Brensel til ovn	Tonn	13 217	12 490	137 472	137 468	131 807	131 807
Brensel til ovn	Tonn/h	17,8	17,0	16,6	16,9	16,1	16,1
Produksjon kjel	MWh	32 491	32 345	356 154	356 757	369 996	369 996
Produksjon kjel	MW	43,7	44,0	43,0	43,9	45,1	45,1
Brennverdi	MJ/Kg	10,7	11,2	11,2	11,3	12,2	12,2
Turbin	MWh	8 347	7 137	88 061	91 320	83 374	83 374
Driftstimer turbin	Timer	744	735	7915	8042	8008	8008
Strøm salg	MWh	7 202	5 888	75 556	78 622	69 760	69 760
Fjernvarme	MWh	11 204	13 000	81 425	86 203	94 000	94 000
Energiutnyttelse KLIF	%	64	66	50,0	52	51	51
Energieffektivitet EU		0,90	0,87	0,77	0,79	0,74	0,74
Forbruk							
Kalk	kg/tonn brensel	9,4	10,7	10,8	9,0	11	11
Kull	kg/tonn brensel	0,41	0,40	0,41	0,43	0,40	0,40
Filterstøv	kg/tonn brensel	32	37	38	33	37	37
Strømförbruk	KWh/h	1 540	1 700	1 654	1 634	1 700	1 700
Ammoniakk	kg/tonn brensel	2,0	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3
NaOH	kg/tonn brensel	0,3	0,40	0,4	0,5	0,4	0,4
Diesel	kg/tonn brensel	0,06	0,13		0,45	0,52	0,52
Oversize	kg/tonn brensel	7,0	6,0	5,7	6,3	6,0	6,0
Aske	% av brensel	18,4	22,0	20,9	18,9	22,0	22,0

11 Scrubber og pipe

Les dette: Til slutt blir røykgassen vasket i Scrubber. I et vasketårn fjernes rester av klor og svovelforbindelser og det som måtte være igjen av støv og tungmetaller etter posefiltrene. I vasketårnet dusjes røyken med finstøvet vann.



Det som til slutt slipper ut gjennom pipa, er hvit, luktfri røyk som består av vanndamp, CO₂, nitrogen og oksygen. Dette er naturlige bestanddeler i lufta vår. Men selv med så omfattende renseprosesser, vil det allikevel alltid være veldig, veldig små mengder med giftstoffer som er igjen i røyken og kommer ut av pipa. Staten har laget regler for hvor mye Returkraft har lov til å slippe ut. Det er f.eks. bestemt at grensen for saltsyre (HCl) er 10 mg pr kubikkmeter (m³) røyk med normalt (N) trykk. Det skrives 10 mg/Nm³. Det betyr at det er lov til å være 10 mg (0,01 gram) med saltsyre i en kubikkmeter med røyk uten at det regnes som skadelig for miljøet. Men Returkraft klarer å holde dette tallet på 0,5 mg/Nm³ eller 0,0005 gram pr kubikkmeter. Det betyr at de kun slipper ut mye mindre i forholdet til det de har lov til! Symbolet for den **uavhengige variabelen** er nå endret til **V** (volum). Forskjellen mellom resultatene på Returkraft og lovlig grense kan fremstilles slik:



Her er en oversikt over statens grenser for utslipp av giftstoffer og resultatene fra Returkraft fra 2015. Alle tallene er mg/NM³:

Stoffer	Statens grenser	Resultatene fra Returkraft
HCl	10	0,5
SO ₂	50	3,7
Støv	10	0,7
CO	50	4,2
TOC	10	1,2
HF	1	0,0
NO _x	200	28,8

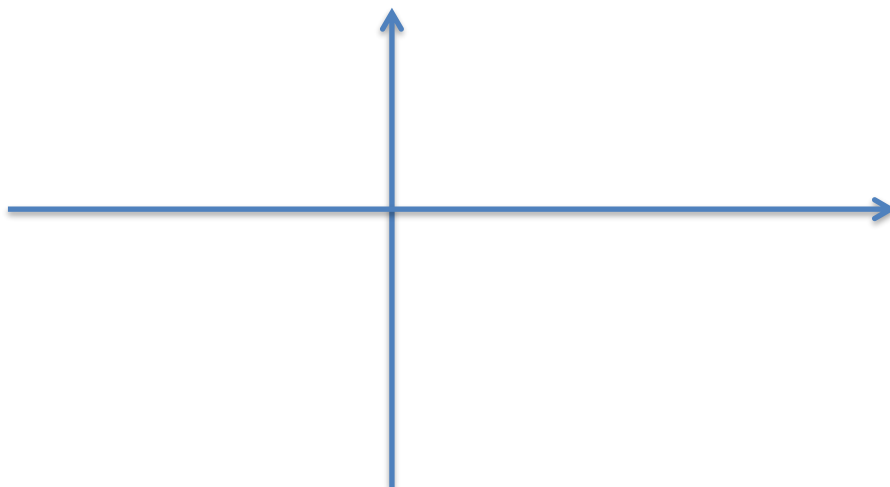
Velg ut en av de andre giftstoffene og vis forskjellen på grafene mellom lovlig grense og resultatet fra Returkraft i et koordinatsystemet.

EKSTRA LESESTOFF FOR DE RASKESTE GRUPPENE: Lineære funksjoner

I dag har du jobbet med **lineære funksjoner**, og grafene til slike funksjoner er alltid rette linjer. Det er nok å kjenne to punkter for å tegne ei rett linje. Disse lineære funksjonene kan skrives på formen **$y = kx$** . I matematikkspråket sier vi at **y** og **x** er **proporsjonale størrelser**. To størrelser som øker eller minker i samme forhold, kaller vi proporsjonale størrelser, og symbolet **k** kalles da **proporsjonalitetskonstanten**. Grafen til slike funksjoner går gjennom origo (0,0). I dag har alle x -er og y -er vært positive, for søppelmengden som kastes i ovnen kan ikke være f eks minus 5 tonn, og vi kan heller ikke omdanne dette til negativ energi. Men andre ganger går grafene fra minus uendelig til pluss uendelig. De matematiske symbolene som brukes for lineære funksjoner, kan være forskjellige, men uttrykker det samme forholdet. Det er lurt å kjenne dem igjen!

$$f(x) = kx \quad g(x) = ax \quad y = mx$$

Proporsjonalitetskonstanten kan noen ganger være negativ. Hvordan tror du grafen da ser ut? F eks $g(x) = -5x$ Prøv å tegne grafen her:



Noen ganger er det også aktuelt med et lite tillegg. Hvis de f eks søker ut noe kalk som ikke kan brukes, går det totalt med litt ekstra. Da går ikke grafen gjennom origo, men krysser litt oppe på den vertikale akse (y-aksen). Den mengden med stoff som er sølt ut, blir alltid i tillegg til den mengden de bruker. Grafen blir seende slik ut:



Funksjonsuttrykket er på formen $f(x) = ax + b$ der a viser stigningen på grafen og kalles **stigningstallet**. Men b er et tillegg og kalles **konstantleddet**. Symbolene $f(x) = ax + b$ passer for alle lineære funksjoner. Hvis $b = 0$, forsvinner det siste leddet og uttrykket blir $f(x) = ax$. Det er de lineære funksjonene som er proporsjonale, og som du har jobbet mest med i dag. Men hva tror du skjer med $f(x) = ax + b$ hvis $a = 0$ og $b = 5$?

Felles oppsummering i plenum ledet av læreren

<i>Uavhengig variabel:</i>
<i>Avhengig variabel:</i>
<i>Konstant:</i>
<i>Hvordan kan du finne sammenhengen mellom x og y?</i>
<i>Hva er en graf i et koordinatsystem?</i>
<i>Hva er en tabell?</i>
<i>Gi eksempler på formler som er funksjoner.</i>
<i>Hva er forskjellen på en graf som har formelen $y = 2x$ og $y = 3x$</i>
<i>Hva betyr symbolene: $f(x) = 2,6x$</i>
<i>Hva er forskjellen på symbolene $f(x) = 2,6x$ og $g(x) = 2,6x$</i>
<i>Hva betyr symbolet $f(t) = 7t$</i>
<i>Hva betyr $h(x) = 150x + 200$</i>
<i>Bursdagsfunksjonen: $B(x) = 50x + 500$</i>
<i>Hva har du lært om funksjoner i dag?</i>
<i>Hva bruker vi funksjoner til i dagliglivet?</i>

TAKK FOR I DAG!



Returkraft