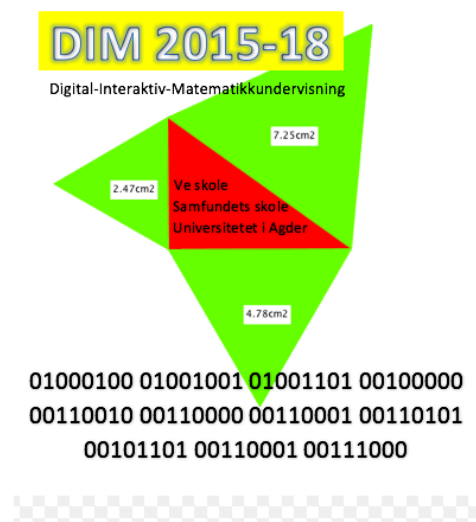


Eksempel på utforskende matematikk-oppgaver med digitale enheter

På vei mot pytagoras....
Forkorting av brøk
Matematikk i tre akter



DIM-KONFERANSEN 21. MARS 2018

På vei mot pytagoras.....

På besøk hos bestemor

Bestemor til Martha er veldig glad i to ting: *bake kake* og *matematikk*. Hver gang Martha og venninnene hennes besøker bestemor, har hun alltid laget en liten kake. For bestemor er det viktig at alle som besøker henne, *skal få like mye kake*. Men det er ikke så nøye med henne selv, bare hun får stykket i midten. Hun sier alltid: "Spar midten til bestemor!"

En dag kom Martha, Lisbeth og Katrine til bestemor. Da hadde hun laget ei kake som så ut som en likesidet trekant. Den kunne deles i 4 stykker. Hvert stykke hadde samme form og var like store. Hvert stykke var en likesidet trekant.

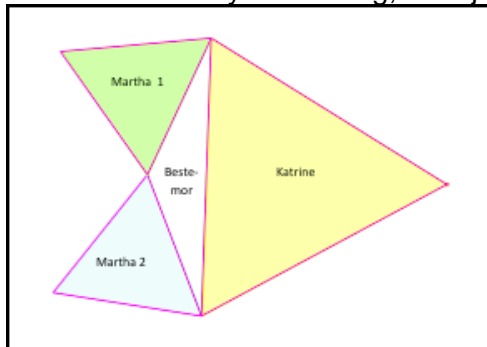


Oppgave A:

1. Lag en slik figur i GeoGebra og regn ut arealet til kakestykkene. Bruk kommando "Regulær mangekant" når du lager trekantene.
2. Sjekk at alle stykker har like stort areal ved å trykke på "Areal".
3. Skriv ned med tekst i GeoGebra "ABC Tekst" hva slags trekant bestemors stykke er.

På besøk igjen

Neste gang Martha kommer på besøk, har hun bare med seg Katrine. De er spent på hvordan bestemor har laget kaken i dag. Bestemor sier lurt: *Jeg har laget en rakett-kake av fire trekanter, men i dag må Martha spise to stykker og Katrine ett*. Da får dere like mye kake. Det er ikke så nøye med meg, bare jeg får stykket i midten.



Oppgave B:

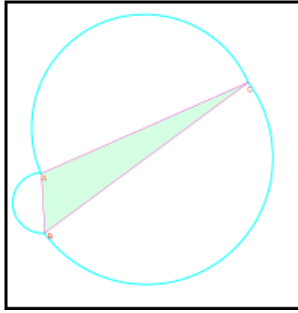
1. Lag ei slik rakett-kake i GeoGebra. Bruk igjen kommando "Regulær mangekant" på barnas kakestykker. La GeoGebra regne ut arealene.
2. Ved å endre på bestemors kakestykke, endres barnas kakestykker. Du må sørge for at Marthas to stykker er til sammen lik det ene kakestykke til Katrine!
3. Skriv ned med tekst i GeoGebra "ABC Tekst"

hva slags trekant bestemors stykke er når kravet er oppfylt at begge barna får like mye.

Bestemor kommer på besøk til Martha!

Denne lørdagen er det mamma og Martha som skal få besøk av bestemor. "Kan vi ikke lage ei kake med en gøy form slik bestemor alltid gjør?"

De bestemte seg for at bestemor selvfølgelig skal få det midterste stykket, og det skal være en trekant. Mamma skulle få én halvsirkel og Marthe to halvsirkler! *For å gjøre som bestemor alltid gjør, så må Mamma og Martha få like mye kake*. Det betyr at overflaten til mamas halvsirkel må være lik overflaten til Marthas to halvsirkler.



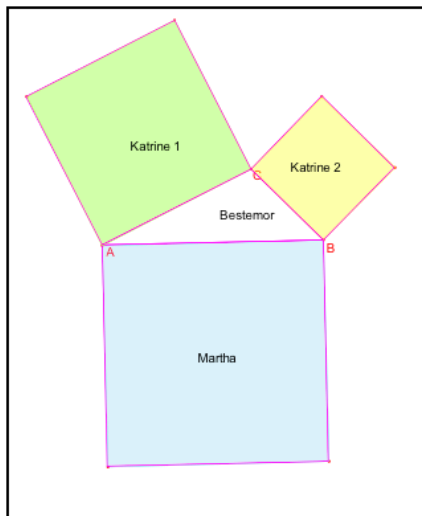
Oppgave C:

1. Lag en slik kakefigur i GeoGebra. Bruk kommando "Halvsirkel gjennom to punkt" for å lage halvsirklene på trekantens sider.
2. For å kunne få GeoGebra til å regne ut arealet, må du først gjøre halvsirklene om til en sirkelsektor. Dette gjør du slik: Bruk kommandoen "Sirkelsektor gjennom tre punkt". Merk det ene hjørnet, deretter buen på halvsirkelen og til slutt det andre punktet.
3. Regn ut arealene av de tre halvsirklene. Hvis du endrer på bestemors kakestykke, kan du få Marthas to stykker til å bli like stort som mammas ene halvsirkel.
4. Skriv ned hva slags form bestemors trekantstykke har når du oppfyller kravet om at mamma og Martha skal få like mye kake.

En kveld like før jul

En kveld like før jul skal Martha og Katrine besøke bestemor og hjelpe henne med å pynte juletreet. Denne kvelden vil hun igjen overraske barna med en ny idé. Hun baker ei kake. Som alltid vil hun selv ha midten, og det stykket skal være en trekant. Bestemor liker best slike kakestykker. Kakestykkene til barna skal være en regulær mangekant. Katrine skal få to stykker, og Martha ett.

I regulære mangekanter er sidene like lange og alle vinklene like store. Et kvadrat er et eksempel på en regulær mangekant.



Oppgave D:

1. Lag en slik kakefigur i GeoGebra. Kravet er at bestemors kakestykke skal være en trekant, og barnas stykker skal være kvadrater.
2. Be GeoGebra regne ut arealet. Deretter endrer du på bestemors trekant slik at arealet til Katrines to stykker er lik arealet til Marthas ene kakestykke.
3. Skriv ned med tekst i GeoGebra hva slags trekant bestemors stykke er.

Oppgave E:

1. Lag ei ny kake med regulære polygoner som form på barna stykker og trekant til bestemor. Test ut f eks pentagon, heksagon, heptagon eller oktagon.
2. Finn ut en sammenheng mellom disse. Skriv det ned i GeoGebra ved figurene.

OPPGAVE F:

Hvis dere lar en av vinklene i den grønne trekanten være 90° , kan vi kalle den lengste siden i den rettvinklede trekanten for *hypotenus*. De to andre kalles *store* og *lille katet*. Hvis dere lager kvadrater på sidene, kan dere fortsette med å lage trekanter i mellomrommene. La GeoGebra regne ut arealet av figurene og let etter sammenhenger mellom arealene. Dere kan også fortsette å lage kvadrater på de nye trekantene og lete etter sammenhenger mellom disse arealene.

Forkorting av brøk

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data in column D:

Row	Cell D	Color
4	3	Green
5	4	Green
10	6	Yellow
11	8	Yellow

Two text boxes are present:

- Blue box:** "Velg verdier slik at det kommer brøker i flest mulig grønne. Hvor mange kan du klare? Ser du en sammenheng?"
- Orange box:** "Jeg ser denne sammenhengen:"

Lærerveiledning

Dette er et Excel-ark der elevene skal sette inn en brøk i de gule rutene. Så dukker det kanskje opp en eller flere brøker i de grønne rutene. Elevene skal prøve å finne en brøk som gir flest mulige "grønne brøker". De skal deretter prøve å lete etter en sammenheng.

Læreren har designet regnearket med skjulte celler. Hvis både teller og nevner kan divideres med et heltall mellom 2 og 10 og gi heltall til svar, er det en løsning – en forkorting av brøken i de gule rutene.

Matematikk i tre akter

Til læreren

Som matematikklærere er vi på jakt etter aktiviteter og oppgaver som fører til at elevene våre opprettholder aktivitet, nysgjerrighet og motivasjon for faget. Oppgavene skal føre til at elevene lærer mest mulig med utgangspunkt i de begrepene og ferdighetene de allerede har. Flest mulig skal utfordres og motiveres, gjerne ved at matematikken knyttes til praktiske situasjoner. Slike oppgaver ser vi på som rike oppgaver. Vi prøver å vinkle problemstillinger og løsningsmetoder på ulike måter for at alle skal forstå. For å få dette til trenger vi å gi elevene et godt begrepsapparat, både i faget og om læring.

Opgavene som presenteres i denne teksten er arbeidet med både i grunnskolen og i videregående skole. Ved å bruke en metodikk vi kaller *Matematikk i tre akter*, får elevene muligheten til å formulere problemstillinger, arbeide med disse og reflektere over svarene de får. Metodikken gir gode muligheter for å møte elevene der de er i sin forståelse, og hjelpe dem videre i sin læring.

Matematikk i tre akter er en arbeidsmåte der elevene, med utgangspunkt i en konkret situasjon, skal finne ut hva de kan regne på og lage matematikkoppgaver som de kan arbeide med felles. Gjennom samtale skal elevene finne matematikk i situasjoner de får presentert, for eksempel i form av bilder eller film. Arbeidsmåten krever samarbeid. Å la elever som tenker praktisk være på gruppe med teoretisk sterke elever, gir begge muligheten til å lære av hverandre. Som tittelen antyder, deles økten i tre deler, eller akter.

I den første akten presenteres elevene for en praktisk situasjon ved hjelp av en kort film, et bilde, en animasjon, en fortelling eller konkreter. Spørsmålet elevene får er vanligvis: *Hva kan vi, ved hjelp av de matematikkunnskapene vi har, finne ut av i denne situasjonen?* Elevene skal da foreslå ulike problemstillinger de ønsker å finne ut av.

Etter at alle problemstillingene er presentert for gruppen, kan læreren velge hva det skal arbeides videre med. Gruppene kan gå videre med samme eller ulike problemstillinger. Elevene blir nå bedt om å si hva de tror er for lite svar, og hva de tror må være et for stort svar. Grunnen til dette er at vi ønsker å koble alle elevene på, få de med i gruppesamtalen. De fleste opplever at dette er ufarlig, og alle på gruppen er med fra starten av. Deretter kan de også få si hva de tror kan være det mest riktige svaret.

I akt to skal elevene hente inn data som gir dem muligheten til å finne en løsning på spørsmålet/problemstillingen som klassen/gruppen valgte å gå videre med. Hva trenger vi å vite for å kunne løse spørsmålet/problemstillingen vi kom fram til i første akt? Gruppene må diskutere forslagene som kommer opp, og dette gir muligheter for å bruke matematikkbegrep. Læreren kan velge å gi data elevene ber om, eller be dem anslå størrelser dersom situasjonen legger til rette for dette. Noen ganger kan det være aktuelt at elever går videre med ulike sett av opplysninger. Hvilke opplysninger som trengs avhenger av hvordan elevene velger å løse problemet.

Akt tre er arbeidsøkten. Nå skal elevene bruke opplysningene fra andre akt til å løse problemet. Til slutt sammenliknes løsningen med svarene de foreslo som for lite, for stort og mest riktig i første akt. I tredje akt er det også mulig å stille oppfølgingsspørsmål, eller å se på flere av spørsmålene som dukket opp i første akt. Her ligger det muligheter for å tilpasse til den enkelte elev, og muligheter til å gå i dybden.

Wallace, A. K. & Jensen, R. (2017). Matematikk i tre akter. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning*, Caspar Forlag (1/2018) s. 2–7.

6-kantet glass



Film:
<https://youtu.be/98SgvB0boyk>

Sylinderglass:



Film:
<https://youtu.be/Ur4gROWb6Lw>

Avkuttet pyramide



Film:

<https://youtu.be/k3fqW9w3UD0>