

UNIVERSITETET I ÅSGER

Digital interaktiv matematikk

Dynamisk geometri for utforsking og simulering for å skape forståelse og utbytte

AB Fuglestad 6. januar 2016



UNIVERSITETET I ÅSGER

Inquiry basert undervisning med DGS

- Vekt på stille spørsmål, utforsking, undersøkelser, elevene er aktive med inquiry
- Interaktive enheter - rask tilbakemelding – ser umiddelbart virkningen av det brukeren gjør – det stimulerer interesse og læring
- Elevene skal **forstå**, ikke bare lære metoder og regler
- Bryte tradisjon med mange like oppgaver for å trene – vekt på kreativitet og problemløsning - **elevene skal eie matematikken**

Hvordan kan dynamisk geometri brukes?

DGS: Geogebra, Cabri, Geometers sketchpad o.l.

- Mulighet for å skape nye oppgaver, mer utforsking.** Prestage & Perks

DIM versjon 6.01.2016 ABF

UNIVERSITETET I ÅSGER

Dynamisk geometri vs. Euklidsk geometri

- Euklidsk geometri - bruker passer og linjal for å lage illustrasjoner, finner sammenhenger og resonnerer i en ideell verden
- Dynamisk geometri - mye likt med objekter som: linjer, punkter, sirkler og andre figurer, relasjoner mellom objekter

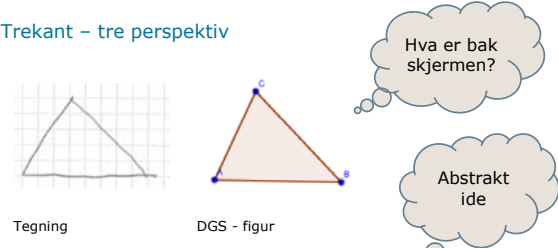
Spesielle egenskaper:

- Objekter henger sammen, punkt på objekt, normalt på
- Dra i punkter og andre objekter - bevarer egenskaper
 - F.eks. relasjoner normalt på, midtpunkt, halveringslinje
- Skjulte linjer og andre objekter (hjelpelinjer)
- Makrokonstruksjoner
- Konstruksjonsmetoder og rekkefølge gir forskjellige figurer (C.Laborde)

DIM versjon 6.01.2016 ABF

UNIVERSITETET I ÅSGER

Trekant – tre perspektiv



Tegning

DGS - figur

Hva er bak skjermen?

Abstrakt ide

Hmmm...

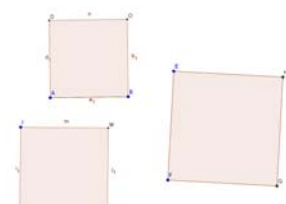
Matematikk

DIM versjon 6.01.2016 ABF

UNIVERSITETET I ÅSGER

Samme geometri?

- Forskjellige konstruksjoner av kvadrat – har kvadratene de samme egenskapene?
- Colette Laborde skriver om DGS-figur og tegning

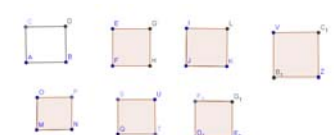


- [Flere-kvdr-konstruksj.ggb](#)

DIM versjon 6.01.2016 ABF

UNIVERSITETET I ÅSGER

Dra i figurene – kan alle punkt flyttes? Er alle figurene kvadrater?



[Se file D_squares.ggb](#)

DIM versjon 6.01.2016 ABF

UNIVERSITETET I ÅGDER

Flere spørsmål til oppgaven om kvadratene

Se **02-1 Polygon** –informasjon og spørsmål. **Kan vi snu på rekkefølgen?**

Dra i punktene for å finne ut mer. Undersøk om noen av figurene passer til en eller flere av følgende beskrivelser:

FI - den har 4 sider og 4 hjørner
 TR - to sider er parallelle
 RO - alle sider er like lange
 RE - alle sider er like lange og vinklene 90 grader
 PA - to motstående sider er parallelle og like lange
 PR - to og to motstående sider er parallelle
 PL - to og to motstående sider er like lange

Er det noen som oppfylle alle beskrivelsene?

DDM verktødet 6.01.2016 ABF

«Hvorfor ikke la elevene oppdage sammenhengene»

UNIVERSITETET I ÅGDER

Nye muligheter for utforskning med DGS

- Flere dynamiske kvadrat
- Konstruksjoner i forskjellig rekkefølge - gir ulike dynamiske figurer mens de euklidiske egenskapene er de same (stort sett)
- Ulike konstruksjoner av parallelogram etter karakteristik som er gitt foran: PA, PR, PL - og hvordan henger disse sammen? Er de mulig å begrunne at de gir samme type figur? Hvilke
- Skjulte elementer - også fra verksted i oktober
- [CL2_pp](#)

DDM verktødet 6.01.2016 ABF

UNIVERSITETET I ÅGDER

Utforske løsningsmetode for konstruksjonsoppgave

- Innskrive et kvadrat i en trekant
- Første forsøk - og så se hvordan det går - spore punkt I i kvadratet

• Fra Straesser (2001) [kvadrati-i-trekant.ggb](#)

DDM verktødet 6.01.2016 ABF

UNIVERSITETET I ÅGDER

Formlike trekanter – fra en TBM-presentasjon

- Hva er kravene for at trekanter en formlike, eller at en trekant er entydig bestemt?
- Inquiry som alternativ undervisning til tradisjonell formidling. Kan elevene finne ut av dette selv?
- Mulige krav: kjenne alle tre sidene SSS
 - Alle tre vinklene VVV
 - Eller andre kombinasjoner:
 - SVS to sider og vinkel mellom dem
 - VSV to vinkler og side mellom
 - SVV en side og to vinkler motstående til en av vinklene
 - VSS en vinkel og to sider, vinkel motstående til en side
- Geogebra ble brukt til å utforske dette. Elevene prøvde ut forskjellige kombinasjoner av sider og vinkler og rekkefølge i trekantene.

«Nå har jeg det!»
Og de forklarte»

DDM verktødet 6.01.2016 ABF

UNIVERSITETET I ÅGDER

Hva viser forskning om resultat av dynamisk geometri?

- Mye om spesielle oppgavetyper, hvilke muligheter gir DGS for å oppdage og utforske matematikk (Straesser,2001)
- Måter å utnytte DGS programvare på.
- Mindre er tilgjengelig om læringsutbytte. Hva lærere elevene? Men engasjement virker tydelig fra flere rapporter. Elevaktivitet, oppdagelser
- Vet vi noe om dette eller er vi fremdeles på idé-planet?
- Cabri og van Hiele nivå fra tidligere forskning viser hvordan elever arbeider med å finne ut av sammenhenger

DDM verktødet 6.01.2016 ABF

UNIVERSITETET I ÅGDER

Experiences with pupils problem solving from Colette Laborde, grade 8 – 9

Strategies:

- Purely visual
- Combined use of geometrical primitives (basic elements) without specific goal
- Goal directed geometrical strategies

Properties with the DGS software

- drag-mode disqualify purely visual strategies
- Help pupils to see geometrical invariants
- The software «know geometry» - the drawing can be reproduced – and this stimulated search for a geometric solution

DDM verktødet 6.01.2016 ABF

Results of an experiment with Cabri

- Findings support the hypothesis that use of DGS (Cabri) can contribute to progress through the van Hiele levels. Dragging create the necessary "crisis" in the thinking to move to a higher level
- Dragging to mess up the figure stimulate such crisis. If the pupils are to construct a figure that is «drag-resistant» they have to analyse what properties that have to be invariant and construct the figure according to this.
- (Vincent,1998)

DIM versjon 6.01.2016 ABF

Undervisningsfilosofi med dynamisk geometri

Balanse mellom:

- Vekt på inquiry – eksperimentering, undersøke, utforsking og undersøkelse
- Strukturere oppgaver slik at elevene oppdager sammenhenger

Åpen utforsking - styrt utforsking - instruksjon med illustrasjon

Hvordan strukturere oppgaver og utfordringer slik at det gir autentisk inquiry?
- Ikke bare kopi av lærerens løsningsmetoder

Gir bruk av dynamisk geometri bedre læring? Hva kan det tenkes at elevene taper og vinner?

DIM versjon 6.01.2016 ABF

Referanser

- Johnsen, V. (1996). Hva er en vinkel? *Nordisk Matematikdidaktikk*, 4, 25-48.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., & Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. In A.Guitérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education Past, Present and Future PME 1976 -2006* (pp. 275-304). Rotterdam: Sense Publisher.
- Prestage, S. & Perks, P. (2001). *Adapting and extending secondary mathematics activities New tasks for old*. London: David Fulton Publishers.
- Straesser, R. (2001). Cabri Géomètre: does dynamic geometry software (DGS) change geometry and its teaching and learning? *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6, 319-333.
- Vincent, J. (1998). Progressing through the van Hiele levels with Cabri-geometre. In C.Kanes, M. Goos, & E. Warren (Eds.), *Teaching Mathematics in new times* (pp. 645-652). Mathematics education research Group of Australia.

DIM versjon 6.01.2016 ABF